

УДК 624.042.7

В.И. Жарницкий, Н.П. Барбашев

**ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ
ПРОДОЛЬНОЙ СЖИМАЮЩЕЙ
СИЛЫ ОТ СОБСТВЕННОГО
ВЕСА НА ЧАСТОТУ
СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
ЗДАНИЯ ПРИ СЕЙСМИЧЕСКИХ
ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

Исследовано влияние продольной сжимающей силы от собственного веса на изгибные колебания здания. Рассмотрена консоль прямоугольного коробчатого сечения с равномерно распределенной по высоте массой и жесткостью, заделанная нижним концом. Решение уравнений производится методом прямых решений дифференциальных уравнений в частных производных.

Ключевые слова: продольная сжимающая сила, собственные колебания, здания, сейсмические воздействия, собственный вес здания.

V.I. Zharnitskiy, N.P. Barbashev

**ASSESSMENT OF INFLUENCE
OF THE LONGITUDINAL
COMPRESSION FORCE
PRODUCED BY THE OWN
WEIGHT ONTO THE
FREQUENCY OF NATURAL
VIBRATIONS CAUSED
BY THE SEISMIC LOAD**

The authors have completed a research into the influence of the longitudinal compression force produced by the own weight onto bending vibrations of a building. The authors have analyzed the cantilever that has a rectangular box-like section, if weight and rigidity are uniformly distributed alongside the altitude, and the bottom edge of the cantilever is rigidly fixed. The equations are solved using the method of direct solutions to differential equations involving partial derivatives.

Key words: longitudinal compression force, natural vibrations, buildings, seismic load, own weight.

Современная тенденция состоит в повышении этажности зданий, возводимых в т.ч. на сейсмоактивных территориях. Известно, что продольная сжимающая сила уменьшает частоту собственных изгибных колебаний. Современными нормами [1] это усилие не учитывается. В статье рассматривается вопрос о влиянии сжимающей силы от собственного веса на частоту колебаний.

Основные уравнения. Рассматривается консоль прямоугольного коробчатого сечения с равномерно распределенной по высоте массой и жесткостью, заделанная нижним концом.

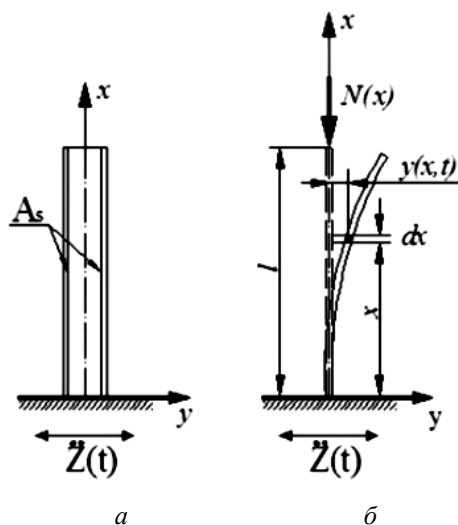


Рис. 1. Схема железобетонной консоли с распределенной массой и жесткостью (а); расчетная схема в системе координат (б)

Инерция поворота и деформация поперечного сдвига не учитываются. Рассматривается упругая работа конструкции по нормальным сечениям. Продольная сжимающая сила от собственного веса, переменная по высоте

$$N(x) = N_0 \left(1 - \frac{x}{l} \right), \quad (1)$$

где N_0 — продольная сила в опорном сечении; l — длина консоли; x — координата сечения (рис. 1).

Уравнения поперечных колебаний конструкции как системы с бесконечным числом степеней свободы имеет вид

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x} \left(N(x) \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right) = m \ddot{Z}_0(t); \quad (2)$$

$$k(x,t) = \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}; \quad (3)$$

$$M(x,t) = k(x,t) \cdot B, \quad (4)$$

где $y(x,t)$ — прогиб; $M(x,t)$ — изгибающий момент в сечении; $k(x,t)$ — кривизна сечения; m — погонная масса консоли; B — изгибная жесткость; $\ddot{Z}_0(t)$ — горизонтальное ускорение грунта (акселерограмма).

Рассмотрено периодическое движение грунта

$$\ddot{Z}_0(t) = \ddot{Z}_{\max} \sin \omega_{\text{гр}} t, \quad (5)$$

где \ddot{Z}_{\max} — максимальная амплитуда ускорений грунта; $\omega_{\text{гр}}$ — частота колебаний грунта; t — время.

Продольная сила в уравнении (2) учитывается последним членом левой части.

Граничные условия:

при $x = 0$

$$y(x,t)|_{x=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0; \quad (6)$$

при $x=l$

$$M(x,t)|_{x=l} = 0; \quad \left. \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} \right|_{x=l} = 0. \quad (7)$$

Начальные условия:

при $t = 0$

$$\left. \begin{array}{l} y(x,t)|_{t=0} = 0 \\ \left. \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} \right|_{t=0} = 0 \end{array} \right\} \quad (8)$$

Решение уравнений производится методом прямых решений дифференциальных уравнений в частных производных.

Для отыскания приближенного численного решения этой задачи проведем два семейства параллельных прямых:

$$x = is \quad (i = 0, 1, 2, 3, \dots, n); \quad t = j\tau \quad (j = 0, 1, 2, 3, \dots, m),$$

где i — номер сечения; j — номер шага счета; $s = \frac{l}{n}$ — длина элемента консоли; τ — шаг счета по времени.

Для каждого внутреннего узла сетки (i, j) составим разностное уравнение, заменив в точке $(x = is; t = j\tau)$ производные, входящие в дифференциальные уравнения колебаний (1)–(3), разностными отношениями:

$$\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} \cong \frac{M_{i+1, j} - 2M_{i, j} + M_{i-1, j}}{s^2}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} \cong \frac{y_{i, j+1} - 2y_{i, j} + y_{i, j-1}}{\tau^2}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} \cong \frac{y_{i+1, j} - 2y_{i, j} + y_{i-1, j}}{s^2}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \cong \frac{y_{i, j+1} - y_{i, j-1}}{2\tau}. \quad (12)$$

Используя эти выражения, получаем систему уравнений, описывающих колебания консоли как системы с конечным числом степеней свободы.

$$\frac{M_{i+1, j} - 2M_{i, j} + M_{i-1, j}}{s^2} + m \frac{y_{i, j+1} - 2y_{i, j} + y_{i, j-1}}{\tau^2} - \left(-\frac{N_0}{l} \frac{y_{i+1, j} - y_{i-1, j}}{2s} + \left(1 - \frac{si}{l}\right) N_0 \frac{y_{i+1, j} - 2y_{i, j} + y_{i-1, j}}{\tau^2} \right) = m \ddot{Z}_{\max} \sin(\omega_{\text{гп}} \tau j); \quad (13)$$

$$k_{i, j} = \frac{y_{i+1, j} - 2y_{i, j} + y_{i-1, j}}{s^2}; \quad (14)$$

$$M_{i, j} = k_{i, j} B. \quad (15)$$

Уравнения в точках $x = 0, n$ не представлены. Системы полученных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка (13), и алгебраических уравнений (14), (15), описывают колебания консоли по n формам. Далее рассмотрена упругая задача.

Результаты расчетов. Составлена и отлажена компьютерная программа.

В расчетах шаг разбиения по длине консоли принят $n = 10$. Рассматривается железобетонная консоль высотой $l = 100$ м, коробчатого поперечного сечения, содержащая арматуру $\text{Ø}25\text{A}500$ с шагом 200 мм, модуль упругости — $E_s = 200000 \cdot 10^6$ Па. Бетон класса В25, начальный модуль упругости — $E_b = 30000 \cdot 10^6$ Па; плотность бетона — $\rho = 2500$ кг/м³.

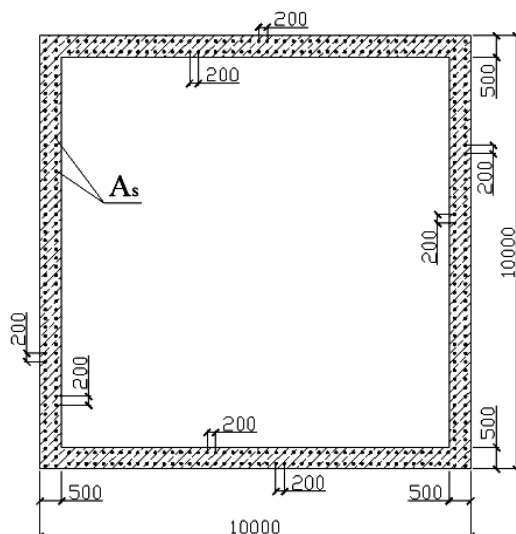


Рис. 2. Сечение железобетонной консоли

Рассмотрены различные варианты исходных данных. Значение продольной сжимающей силы принималось от нулевого значения (собственный вес не учитывался) до значения больше собственного веса в 1,25; 1,5; 1,75; 2 раза.

Жесткость по бетону.

$$B_{b1} = E_b J_{b1} = 30000 \cdot 10^6 \left(\frac{10 \cdot 10^3}{12} - \frac{9 \cdot 9^3}{12} \right) = 860 \cdot 10^{10} \text{ Па} \times \text{м}^4. \quad (16)$$

Жесткость по арматуре.

$$B_{s1} = E_s J_{s1} = 200000 \cdot 10^6 (10 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-4}) \cdot 81 = 81 \cdot 10^{10} \text{ Па} \times \text{м}^4. \quad (17)$$

Анализ результатов расчета. На основе различных вариантов исходных данных были последовательно проведены расчеты. Оценка производилась по изменению изгибающего момента.

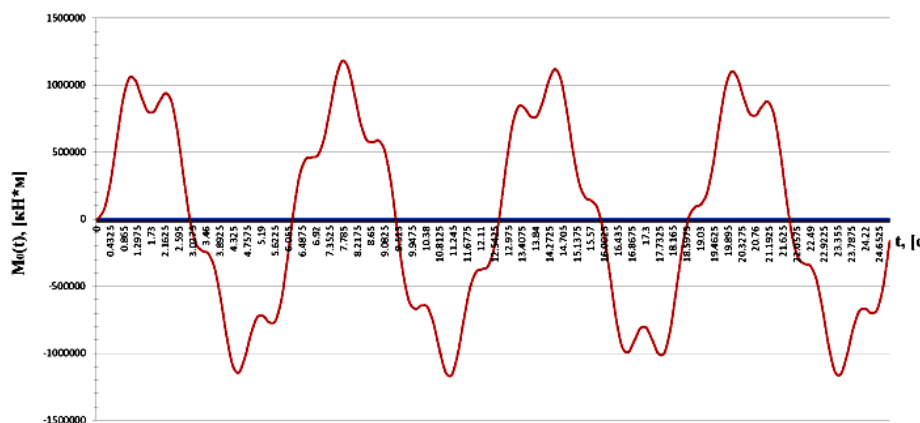


Рис. 3. Изменение момента $M_0(t)$ в опорном сечении во времени

Полученные результаты обработаны и приведены ниже (табл. 1, 2).

Табл. 1. Жесткость по бетону

Жесткость по бетону					
№ варианта	N , кН	T , с	M_{\max} , 10^4 кНм	ΔM , %	ΔT , %
1	0	6,458	119	0,00	0,00
2	46600	6,460	120	0,84	0,03
3	58280	6,462	120,5	1,26	0,06
4	69940	6,463	120,8	1,51	0,07
5	81590	6,464	121	1,68	0,09
6	93250	6,465	123	3,36	0,11

Табл. 2. Жесткость по арматуре

Жесткость по арматуре					
№ варианта	N , кН	T , с	M_{\max} , 10^4 кНм	ΔM , %	ΔT , %
1	0	6,410	2910	0	0
2	46600	6,425	3080	5,84	0,23
3	58280	6,435	3120	7,22	0,39
4	69940	6,453	3190	9,62	0,67
5	81590	6,481	3220	10,65	1,11
6	93250	6,512	3250	11,68	1,59

На основании результатов расчетов (см. табл. 1, 2) можно отметить увеличение изгибающего момента на 0,84 % (жесткость по бетону) и на 5,84 % (жесткость по арматуре) по сравнению с конструкцией без учета сжимающей силы. Также замечено увеличение периода колебаний на 0,03 % (жесткость по бетону) и на 0,23 % (жесткость по арматуре).

Вывод. Нормальная сжимающая сила от собственного веса не оказывает существенного влияния на частоту собственных изгибных колебаний и на значение изгибающего момента. В изученном диапазоне значений параметров конструкций влиянием этого фактора можно пренебречь.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СНиП II-7-81*. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция. М. : Минрегион России, 2011.
2. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений. М., 1959.
3. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений. М. : Стройиздат, 1979. 319 с.
4. Коллатц Л. Численные методы решения дифференциальных уравнений. М. : ИЛ, 1953. 460с.

REFERENCES

1. Berezin I.S., Zhidkov N.P. *Metody vychisleniy* [Methods of Calculations]. Moscow, 1959.
2. Klaf R., Penzien Dzh. *Dinamika sooruzheniy* [Dynamics of Structures]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1979, 319 p.
3. Kollatts L. *Chislennyye metody resheniya differentsial'nykh uravneniy* [Numerical Methods of Solving Differential Equations]. Moscow, IL Publ., 1953, 460 p.
4. *SNiP II-7-81*. Stroitel'stvo v seysmicheskikh rayonakh. Aktualizirovannaya redaktsiya* [Construction Norms and Regulations II-7-81*. Construction in Seismic Regions. Up-to-date Version]. Moscow, Ministry of Regional Development of Russia, 2011.

Поступила в редакцию в ноябре 2012 г.

Об авторах: **Жарницкий Виталий Иосифович**, доктор технических наук, профессор, **ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет» (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, vitalijarnitsky@yandex.ru;

Барбашев Никита Петрович, ассистент, **ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет» (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, nikita.barbashev@gmail.com

About the authors: **Zharnitskiy Vitaliy Iosifovich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavl'skoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation, +7 (926) 211-54-98; vitalijarnitsky@yandex.ru;

Barbashev Nikita Petrovich, postgraduate student, assistant lecturer, Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavl'skoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; nikita.barbashev@gmail.com.

Для цитирования:

Жарницкий В.И., Барбашев Н.П. Оценка влияния продольной сжимающей силы от собственного веса на частоту собственных колебаний здания при сейсмических воздействиях [Электронный ресурс] // Строительство: наука и образование. 2012. Вып. 3. Ст. 2. Режим доступа: <http://www.nso-journal.ru>.

For citation:

Zharnitskiy V.I., Barbashev N.P. Otsenka vliyaniya prodol'noy szhimayushchey sily ot sobstvennogo vesa na chastotu sobstvennykh kolebaniy zdaniya pri seysmicheskikh vozdeystviyakh [Assessment of Influence of the Longitudinal Compression Force Produced by the Own Weight onto the Frequency of Natural Vibrations Caused by the Seismic Load] // *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education], 2012, no. 3, paper 2. Available at: <http://www.nso-journal.ru>.