

УДК 624.04

*Е.С. Дорошенко, В.В. Лебедев***ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЛАЗЕРНОГО ПЯТНА С ПАРАБОЛИЧЕСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ТЕМПЕРАТУРЫ В СТЕРЖНЕ**

Решена задача определения нестационарного температурного поля в строительной балке при возмущении нагревом одного из ее концов. Задача решалась традиционным методом Фурье. Проверка правильности решения задачи была проведена сравнением полученного температурного поля с начальными условиями. Для расчетов и выполнения иллюстраций была применена программа MathCAD-14. Применение аналитических методов в виде формализма ряда Фурье совместно с вычислительными средствами позволяет качественно и количественно изучить особенности процесса перераспределения тепла в строительных конструкциях при нештатных воздействиях. При интенсивном охлаждении концов стержня после теплового воздействия не во всех точках стержня температура будет монотонно уменьшаться. При коэффициенте температуропроводности 0,01 (у дерева 10^{-7} , у кирпича 10...20) через 0,5 сут остаточный нагрев от теплового воздействия может достигать 20 % от начальной температуры. Экспоненциальное убывание температуры со временем действительно наблюдается, однако показатель степени экспоненты индивидуален для различных точек стержня.

Ключевые слова: нестационарное температурное поле, строительная балка, метод Фурье, лазерное пятно, программа Mathcad.

Задачей исследования было определение нестационарного температурного поля в строительной балке при возмущении нагревом одного из ее концов. Такая ситуация часто встречается в практике при нештатной работе, например, систем обогрева зданий и сооружений. Одна часть балки может находиться в штатных, расчетных условиях, а другая часть будет подвержена неожиданному воздействию.

При решении этой задачи было введено теоретическое допущение о воздействии нагрева на правую половину стержня, который моделирует строительную



Рис. 1

балку. Распределение температуры предполагалось симметричным в правой половине стержня. Форма распределения графика температуры параболическая, что очень часто встречается в лазерных пятнах, (рис. 1). Такая форма была выбрана по причине планируемого натурного эксперимента.

*E.S. Doroshenko, V.V. Lebedev***LASER SPOT HEAT TRANSFER ACCOMPANIED BY PARABOLIC TEMPERATURE DISTRIBUTION INSIDE THE ROD**

The co-authors have solved the problem of an unsteady temperature field inside a structural beam, if one of its ends is exposed to heating. The problem was solved using a traditional Fourier method. The solution derived by the co-authors was verified by the comparison of the final temperature field and the input data. MathCAD-14 software was employed to make calculations and to generate figures.

Application of analytical methods, like Fourier series formalism, in combination with computing aids makes it possible to study both qualitative and quantitative constituents of the process of heat redistribution inside structural units in case of exposure to contingency actions. There will be no uniform temperature reduction in the course of intensive cooling of rod ends after the thermal exposure. If the value of the temperature conductivity coefficient is equal to .01, in 12 hours the residual heating may reach 20 % of the initial heating temperature.

Key words: unsteady temperature field, structural beam, Fourier method, laser spot, MathCAD software.

Для теоретического решения задачи о нестационарном температурном поле в стержне было записано параболическое уравнение в частных производных для одномерного случая. Предпола-

гались краевые условия первого типа, то есть фиксировалась температура на концах стержня. В простейшем случае эта температура обычно предполагается нулевой, что не уменьшает общности задачи. Начальные условия задаются тепловым воздействием в нулевой момент времени, о котором было упомянуто ранее.

$$\begin{cases} \frac{\partial U(x; t)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U(x; t)}{\partial x^2}; \\ U(0; t) = U(L; t) = 0; \\ U(x; 0) = \varphi(x). \end{cases}$$

Задача решалась традиционным методом Фурье [1]. Решение дифференциального уравнения в частных производных было записано в виде ряда Фурье, коэффициенты которого определены по формулам Эйлера [2].

Проверка правильности решения задачи была проведена сравнением полученного температурного поля с начальными условиями. Расчеты проводились с помощью программы MathCAD-14. Совпадение оказалось полным, что доказывает правильность построенного ряда Фурье.

Полученный ряд Фурье не позволяет иллюстративно оценить динамику температурного поля в стержне. Для выполнения иллюстраций была применена программа MathCAD-14 [3], с ее помощью возможно строить трехмерные графики и исследовать их особенности.

Температурное поле в стержне зависит от двух величин: координаты и времени, поэтому график необходим трехмерный. Правильность решения задачи контролируется совпадением сечения графика в начальный момент времени с заданной формой начальных условий задачи Коши. При решении задачи совпадение оказалось полным (рис. 2).

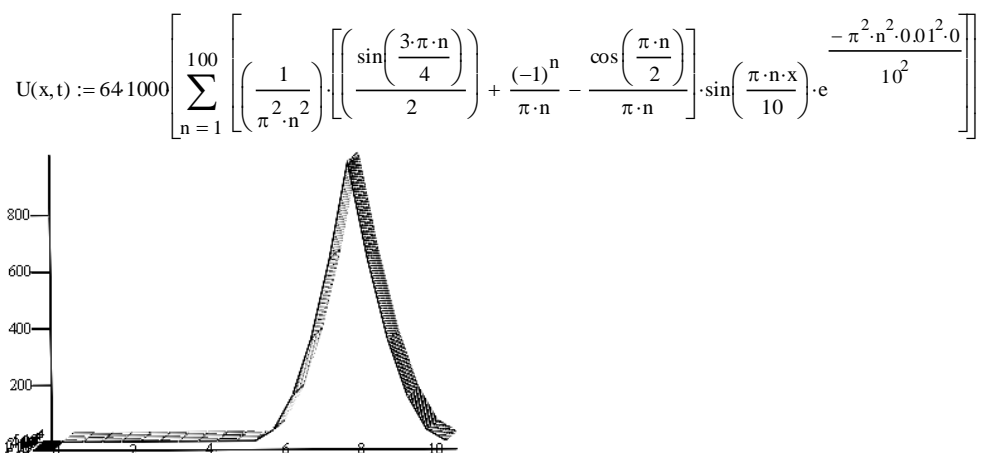


Рис. 2

После проверки правильности полученного решения был проведен анализ температурного поля стержня во времени. Правая часть стержня постепенно остывает из-за теплопроводности к левому концу, потому что его температура ниже и поддерживается постоянной. Была построена пространственная картина (x -мода) остывания стержня (рис. 3).

Если рассмотреть сечение графика по времени, то получится экспоненциальная зависимость, что тоже хорошо согласуется с теорией теплопроводности (рис. 4).

Коэффициент теплопроводности стержня предполагался небольшим, всего 0,01, что соответствует строительным теплоизоляционным материалам. Характерная продолжительность теплообмена оценивается промежутками времени от 2 ч до 1 сут. Именно за такое время температурное поле возвращается к исходному состоянию после нештатного воздействия на стержень.

$$U(x,t) := 641000 \left[\sum_{n=1}^{1000} \left[\left(\frac{1}{\pi^2 \cdot n^2} \right) \cdot \left[\left(\frac{\sin\left(\frac{3 \cdot \pi \cdot n}{4}\right)}{2} \right) + \frac{(-1)^n}{\pi \cdot n} - \frac{\cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2}\right)}{\pi \cdot n} \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n \cdot x}{10}\right) \cdot e^{\frac{-\pi^2 \cdot n^2 \cdot 0.01^2 \cdot t}{10^2}} \right] \right]$$

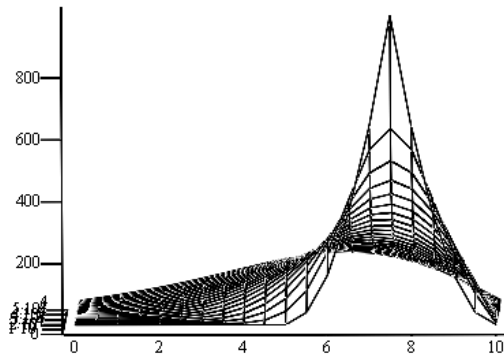


Рис. 3

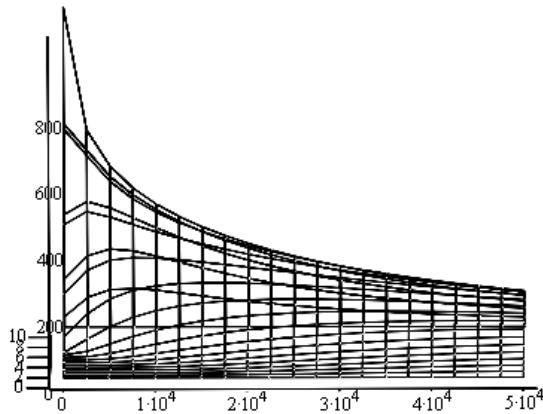


Рис. 4

Программа MathCAD позволяет строить пространственное распределение температуры сразу по двум координатам, что иллюстративно отражает процесс перераспределения тепла в стержне.

Проведённые исследования показали, что для получения результата удовлетворительной точности достаточно записать от 1000 до 100000 членов ряда Фурье. Больше количество не желательно из-за резкого возрастания продолжительности вычислений.

Программа MathCAD накладывает аналогичные ограничения на сетку представления трехмерных графиков. Мелкая сетка может резко увеличить продолжительность расчетов (рис. 5)

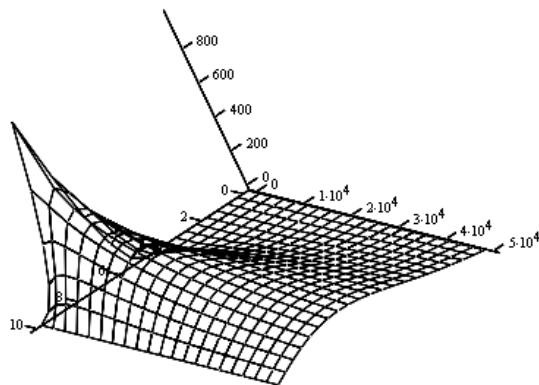


Рис. 5

Таким образом, применение аналитических методов в виде формализма ряда Фурье совместно с вычислительными средствами позволяет качественно и количественно изучить особенности процесса перераспределения тепла в строительных конструкциях при нештатных воздействиях.

Выводы. 1. Даже при интенсивном охлаждении концов стержня после теплового воздействия не во всех точках стержня температура будет монотонно уменьшаться.

2. При коэффициенте теплопроводности 0,01 (у дерева 10^{-7} , у кирпича 10...20) через половину суток остаточный нагрев от теплового воздействия может достигать 20 % от начальной температуры.

3. Экспоненциальное убывание температуры со временем действительно наблюдается, однако показатель степени экспоненты индивидуален для различных точек стержня.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вельмисов П.А., Распут'ко Т.Б. Уравнения математической физики. Метод характеристик. Метод Фурье. М. : МГУ им. М.В. Ломоносова, 2001.
2. Алгазин С.Д. Численные алгоритмы классической математической физики. М. : Диалог-МИФИ, 2010.
3. Макаров Е.Г. Mathcad. ПИТЕР, 2009.

REFERENCES

1. Vel'misov P.A., Rasput'ko T.B. *Urvneniya matematicheskoy fiziki. Metod kharakteristik. Metod Fur'e.* [Equations of Mathematical Physics. Method of Characteristics. Method of Fourier.] Moscow, MGU im. M.V.Lomonosova publ., 2001.
2. Algazin S.D. *Chislennye algoritmy klassicheskoy matematicheskoy fiziki* [Numerical Methods of Classical Mathematical Physics]. Moscow, Dialog-MIFI Publ., 2010.
3. Makarov E.G. *Mathcad. Uchebnyy kurs.* [Mathcad. Course of Studies]. PITER Publ., 2009.

Поступила в редакцию в феврале 2013 г.

Об авторах: **Дорошенко Екатерина Сергеевна**, студент 2 курса, Мытищинский филиал, **ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет» (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 141006, Московская обл., г. Мытищи, Олимпийский пр., 50, Katryna.m_i_k@mail.ru
Лебедев Владимир Валентинович, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики и математики, Мытищинский филиал, **ФГБОУ ВПО «Московский государственный строительный университет» (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 141006, Московская обл., г. Мытищи, Олимпийский пр., 50, Lebedev_v_2010@mail.ru

About the authors: **Doroshenko Ekaterina Sergeevna**, student, Faculty of Industrial and Civil Engineering, Mytischki Branch, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 50 Olimpiyskiy prospekt, Mytischki, 141006, Moscow Region, Russian Federation; Katryna.m_i_k@mail.ru;
Lebedev Vladimir Valentinovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Applied Mechanics and Mathematics, Faculty of Industrial and Civil Engineering, Mytischki Branch, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 50 Olimpiyskiy prospekt, Mytischki, 141006, Moscow Region, Russian Federation; Lebedev_v_2010@mail.ru

Для цитирования:

Дорошенко Е.С., Лебедев В.В. Передача тепла лазерного пятна с параболическим распределением температуры в стержне [Электронный ресурс] // Строительство: наука и образование. 2013. Вып. 1. Ст. 5. Режим доступа: <http://www.nso-journal.ru>.

For citation:

Doroshenko E.S., Lebedev V.V. *Peredacha tepla lazernogo pyatna s parabolicheskim raspredeleniem temperatury v sterzhne* [Laser Spot Heat Transfer Accompanied by Parabolic Temperature Distribution inside the Rod] // *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education], 2013, no. 1, paper 5. Available at: <http://www.nso-journal.ru>