

*Публикуется в порядке дискуссии**Published by way of discussion*

УДК 524.834+530.122

К.А. Модестов, Д.А. Ковачевич

ФГБОУ ВПО «МГСУ»

**ЭВОЛЮЦИЯ ОДНОРОДНОЙ
И ИЗОТРОПНОЙ ВСЕЛЕННОЙ
В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИИ
ГРАВИТАЦИИ**

Проанализировано приложение релятивистской теории гравитации с ненулевой массой покоя гравитона к эволюции Вселенной. Сделана попытка объяснить ее наблюдаемое ускорение расширения наличием массы покоя гравитона. Вычислен полупериод эволюции и современный возраст Вселенной.

Ключевые слова: релятивистская теория гравитации, масса покоя, гравитон, гравитационное поле, эволюция Вселенной, ускорение расширения, тензор пространства.

Уравнения гравитационного поля в релятивистской теории гравитации (РТГ) с ненулевой массой покоя гравитона. Для гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ в РТГ уравнения удобно представить в форме [1]

$$R_{\mu\nu} - \frac{m^2}{2}(g_{\mu\nu} - \gamma_{\mu\nu}) = \varkappa \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T \right); \quad (1)$$

$$D_\mu \tilde{g}^{\mu\nu} = 0, \quad (2)$$

где (1) $\gamma_{\mu\nu}$ — метрический тензор пространства Минковского; $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор эффективного риманова пространства, возникающего из-за наличия гравитационного поля $\Phi^{\mu\nu}$ в пространстве Минковского. Связь между $\Phi^{\mu\nu}$ и $g_{\mu\nu}$ в РТГ устанавливается соотношением [1]

$$\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \equiv \tilde{g}^{\mu\nu} = \sqrt{-\gamma} \gamma^{\mu\nu} + \sqrt{-\gamma} \Phi^{\mu\nu} \equiv \tilde{\gamma}^{\mu\nu} + \tilde{\Phi}^{\mu\nu}, \quad (3)$$

где $g^{\mu\nu}$ — обратный к $g_{\mu\nu}$ тензор; $g = \det g_{\mu\nu}$; $\gamma = \det \gamma_{\mu\nu}$. Постоянные \varkappa и m^2 в (1) равны

$$\varkappa = \frac{8\pi G}{c^2}; \quad (4)$$

$$m = \frac{m_g c}{\hbar}, \quad (5)$$

где m_g — масса покоя гравитона; $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, построенный с помощью тензоров $g_{\mu\nu}$ и $g^{\mu\nu}$ и имеющий вид

К.А. Modestov, D.A. Kovachevich

MGSU

**THE EVOLUTION
OF HOMOGENEOUS
AND ISOTROPIC UNIVERSE
IN THE RELATIVISTIC THEORY
OF GRAVITATION**

The application of the relativistic theory of gravitation with nonzero graviton rest mass to the Universe evolution is being considered in the paper. The authors made an attempt to explain its observed acceleration of expansion due to the presence of graviton rest mass. The evolution half-cycle and the Universe present age is being calculated.

Key words: relativistic theory of gravitation, rest mass, graviton, gravitational field, Universe evolution, expansion acceleration, space tensor.

Gravity field equations in the relativistic theory of gravitation (RTG) with nonzeri graviton rest mass. For a gravity field $\Phi^{\mu\nu}$ in RTG it os convenient to present the equations in the form [1]

in (1) $\gamma_{\mu\nu}$ — is a metric space tensor, and $g_{\mu\nu}$ — is a matric tensor of an effective Riemannian space appearing because of the gravity field $\Phi^{\mu\nu}$ in Minkowsky space. The connection between $\Phi^{\mu\nu}$ and $g_{\mu\nu}$ in RTG is set by the formula [1]

where $g^{\mu\nu}$ — is an inverse tensor to $g_{\mu\nu}$. In (3) $g = \det g_{\mu\nu}$, and $\gamma = \det \gamma_{\mu\nu}$. The constant \varkappa and m^2 in (1) are equal to

$$R_{\mu\nu} = \partial_\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\lambda - \partial_\mu \Gamma_{\nu\lambda}^\lambda + \Gamma_{\mu\nu}^\sigma \Gamma_{\sigma\lambda}^\lambda - \Gamma_{\mu\lambda}^\sigma \Gamma_{\sigma\nu}^\lambda. \quad (6)$$

Здесь, как обычно,

Here as always,

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} (\partial_\mu g_{\rho\nu} + \partial_\nu g_{\rho\mu} - \partial_\rho g_{\mu\nu}). \quad (7)$$

Наконец, в (1) $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса вещества. Нетрудно показать, что из (1) и (2) следует

Finally, in (1) $T_{\mu\nu}$ — is a tensor of a matter momentum energy. It os easy to show, that out of (1) and (2) follows

$$\nabla_\mu T_\nu^\mu = 0, \quad (8)$$

где ∇_μ — ковариантная производная в эффективном римановом пространстве.

where ∇_μ — is a covariant derivative in the effective Riemannian space.

В (2) через D_μ обозначена ковариантная производная в пространстве Минковского.

In (2) with D_μ a covatiant derivetive in Minkowsky space is denoted.

Заметим, что согласно РТГ в качестве x^ν могут быть выбраны любые допустимые в пространстве Минковского координаты, в т.ч. и галилеевы (т.е. инерциальные).

We should note that according to RTG any tolerable coordinates in Minkowsky space may be chosen as x^ν including Galilean (i.e. inertial).

Эволюция однородной и изотропной Вселенной в РТГ с ненулевой массой покоя гравитона. В настоящее время принято считать, что в ранней Вселенной вещество было распределено однородно и изотропно, и что она и в дальнейшем сохранила эти свойства, но только уже в относительно больших масштабах. Поэтому можно ожидать, что модель однородной и изотропной Вселенной будет достаточно хорошим приближением для описания реального мира.

Evolution of homogeneous isotropic Universe in RTG with non-zero graviton rest mass. Today it is believed that in early Universe the matter was uniformly and isotropous distributed and that the Universe then maintained these features, but in larfer scale. That's why it should be expected, that the model of uniform isotropic Universe will be a good approximation for real world description.

Следуя [1], приведем основные факты, установленные в РТГ, для однородной и изотропной Вселенной. Интервал такой Вселенной имеет вид

In the given paragraph following [1] we offer the main facts stated in RTG for a homogenous and isotropic Universe. The interval of such a Universe takes the form

$$ds^2 = a^6(t)dt^2 - a_{\max}^4 a^2(t)(dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

где t, x, y, z — галилеевы координаты пространства Минковского; $a(t)$ — масштабный фактор, и, согласно РТГ, его область изменения заключена между числами a_{\min} и a_{\max} где из-за наличия у гравитона массы покоя $a_{\min} > 0$, а $a_{\max} < \infty$. Переходя в (9) к собственному времени

where t, x, y, z — are Galilean coordinates of Minkowsky space. In (9) $a(t)$ — is a scale factor and, according to RTG, its variation range is between the numbers a_{\min} and a_{\max} , where, because of rest mass of graviton, $a_{\min} > 0$, and $a_{\max} < \infty$. Passing to (9) to proper time

$$d\tau = a^3(t)dt, \quad (10)$$

интервал (9) примет вид

the interval (9) takes the form

$$ds^2 = d\tau^2 - \alpha^2(\tau)(dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (11)$$

а интервал пространства Минковского — вид

and Minkowsky space interval takes the form

$$d\sigma^2 = \frac{\alpha_{\max}^4}{\alpha^6} d\tau^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (12)$$

Мы здесь для удобства ввели обозначение

For convenience we introduced the following notation

$$\alpha = a_{\max}^2 a, \quad \alpha_{\max} = a_{\max}^3. \quad (13)$$

Очевидно, область изменения $\alpha(\tau)$ будет

The variation range $\alpha(\tau)$ will be

$$\alpha_{\max}^2 \alpha_{\min} = \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}. \quad (14)$$

На основе (11) и (12) нетрудно установить, что отличные от нуля коэффициенты связности, соответственно, имеют вид

Basing on (11) and (12) it is easy to establish, that the nonzero connection coefficients correspondingly take the form

$$\Gamma_{ij}^0 = \alpha \dot{\alpha} \delta_{ij}; \quad \Gamma_{0j}^i = \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \delta_{ij}; \quad (15)$$

$$\gamma_{00}^0 = -3 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}. \quad (16)$$

Здесь и далее точки над буквами будут обозначать производные по τ , латинские индексы принимают значения 1, 2, 3, а греческие — 0, 1, 2, 3.

From now on the points over the letters will denote the derivatives along τ , Latin subscripts have the range 1, 2, 3, and the Greek ones — 0, 1, 2, 3.

В качестве тензора $T_{\mu\nu}$, как правило, выбирается тензор энергии-импульса идеальной жидкости

Usually a tensor of energy-impulse of an ideal liquid is chosen as tensor $T_{\mu\nu}$,

$$T_{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{p}{c^2} \right) u_{\mu} u_{\nu} - g_{\mu\nu} \frac{p}{c^2},$$

где ρ — плотность массы вещества; p — изотропное давление; $u_{\mu} = g_{\mu\lambda} \frac{dx^{\lambda}}{ds}$ — 4 скорость элемента объема. Всюду в дальнейшем будем использовать систему единиц, в которой скорость света равна единице. Невозмущенные ρ и p зависят только от τ .

where ρ — is a matter mass density, p — is an isotropic pressure, and $u_{\mu} = g_{\mu\lambda} \frac{dx^{\lambda}}{ds}$ — 4-a speed of volume element. Further we will always use a system of units, in which the light velocity is equal to 1. Nonperturbed ρ and p only depend on τ .

Подставляя (15) в (6), получим

Substituting (15) in (6), we obtain

$$R_{00} = -3 \frac{\ddot{\alpha}}{\alpha}; \quad R_{11} = R_{22} = R_{33} = 2\dot{\alpha}^2 + \alpha\ddot{\alpha}; \quad R_{0i} = 0. \quad (18)$$

Так как $g_{0i} = 0$ и R_{0i} , из уравнений (1) и (17) следует, что $u_i = 0$. Это означает, что в рассматриваемой модели вещество находится в покое относительно инерциальной системы отсчета. Согласно (17), для компонент $T_{\mu\nu}$, с учетом $u_i = 0$ имеем

As far as $g_{0i} = 0$ and R_{0i} , out of the equations (1) and (17) it follows, that $u_i = 0$. This denotes, that in the observed model the matter rests in relation to inertial system. According to (17), for the components $T_{\mu\nu}$, with account for $u_i = 0$ we have

$$T_{00} = \rho; \quad T_{11} = T_{22} = T_{33} = \alpha^2 p; \quad T_{\mu\nu} = 0 \text{ при } \mu \neq \nu. \quad (19)$$

Подставляя (18)—(19) в (1), получим уравнения

Substituting (18)—(19) in (1), we obtain the equations

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi}{3} \rho + \frac{m^2}{12} \left(\frac{3}{a^2 \beta} - \frac{1}{a^6} - 2 \right); \quad (20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi}{3}\kappa(\rho + 3p) + \frac{m^2}{6}\left(\frac{1}{a^6} - 1\right). \quad (21)$$

Эволюция без учета материи. Согласно современным наблюдательным данным [2—4] Вселенная расширяется ускоренно. Обычно в РТГ для объяснения ускоренного расширения используют квинтэссенцию [5—8]. Из (21) видно, что материальный член приводит к отрицательному параметру ускорения $q \equiv \frac{\ddot{a}/a}{(\dot{a}/a)^2}$,

а из (20) — что именно член с массой гравитона отвечает за точки поворота $\dot{a} = 0$. Поэтому проанализируем сценарий эволюции Вселенной с доминированием массивного члена. Для начала найдем точки поворота, т.е. корни многочлена

Evolution without account for the matter. According to the modern observational data [2—4] the Universe extends at a growing rate. Usually in RTG in order to explain the accelerated expansion the quintessence of [5—8] is used. Out of (21) we can see, that the mass element leads to the negative acceleration parameter $q \equiv \frac{\ddot{a}/a}{(\dot{a}/a)^2}$, and out of

(20) — that the element with graviton mass is responsible for transition points $\dot{a} = 0$. So let's analyze the Universe evolution scenario with large element domination. At first let us find transition points, i.e. roots of a polynomial:

$$\frac{1}{a^6} - \frac{3}{a^2\beta} + 2 = 0. \quad (22)$$

Произведем замену $t \equiv \frac{1}{a^2}$:

Let us substitute $t \equiv \frac{1}{a^2}$:

$$t^3 - \frac{3}{\beta}t + 2 = 0. \quad (23)$$

Используем формулу Кардано:

We use Cardano formula:

$$Q = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{2}\right)^2 + \left(\frac{-3/\beta}{3}\right)^3 = 1 - \beta^{-3};$$

$$\alpha_{1,2} = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} \pm \sqrt{Q}} = \sqrt[3]{-1 \pm \sqrt{1 - \beta^{-3}}};$$

$$t_1 = \alpha_1 + \alpha_2 = \sqrt[3]{-1 - \sqrt{1 - \beta^{-3}}} + \sqrt[3]{-1 + \sqrt{1 - \beta^{-3}}};$$

$$t_{2,3} = -\frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \pm i\sqrt{3} \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} =$$

$$= -\frac{\sqrt[3]{-1 - \sqrt{1 - \beta^{-3}}} + \sqrt[3]{-1 + \sqrt{1 - \beta^{-3}}}}{2} \pm i\sqrt{3} \frac{\sqrt[3]{-1 - \sqrt{1 - \beta^{-3}}} - \sqrt[3]{-1 + \sqrt{1 - \beta^{-3}}}}{2}.$$

Уравнение (23) имеет:

The equation (23) has:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \beta < 1 \quad \text{—} \quad 3 \text{ действительных корня } (-\infty < t_1 < -2, 0 < t_2 < 1, +\infty > t_3 > 1); \\ \beta = 1 \quad \text{—} \quad 2 \text{ действительных корня кратностей 1 и 2 } (t_1 = -2, t_{2,3} = 1); \\ 1 < \beta < +\infty \quad \text{—} \quad 1 \text{ действительный корень } (-2 < t_1 < -\sqrt[3]{2}). \end{array} \right.$$

Уравнение (22) имеет:

The equation (22) has:

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \beta < 1 \quad \text{—} \quad 2 \text{ положительных действительных корня } (+\infty > a_2 > 1, 0 < a_3 < 1); \\ \beta = 1 \quad \text{—} \quad 1 \text{ положительный действительный корень кратности 2 } (a_{2,3} = 1); \\ 1 < \beta < -\infty \quad \text{—} \quad \text{действительных корней нет.} \end{array} \right.$$

Как следует из (21), в пренебрежении вкладом материи параметр ускорения q положителен при $a < 1$.

Случай $\beta \ll 1$:

Правая часть (20) положительна при

$$a_{\min} < a < a_{\max}, \quad \text{где} \quad a_{\min} = \left(\frac{\beta}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \text{и}$$

$$a_{\max} = \left(\frac{3}{2\beta}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad \text{Значение } a = 1 \text{ входит в этот интервал.}$$

Случай $\beta \ll 1$:

Правая часть (20) положительна при

$$a_{\min} < a < a_{\max}, \quad \text{где} \quad a_{\min} = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{1-\beta} \quad \text{и}$$

$$a_{\max} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{1-\beta}.$$

Значение $a = 1$ входит в этот интервал.

Случай $\beta = 1$:

Здесь имеем только статическую Вселенную $a(\tau) \equiv 1$.

Случай $\beta > 1$:

Правая часть (20) всегда отрицательна. Решений нет.

Уравнение (20) позволяет выразить решение в неявном виде в квадратурах

$$t = \int \frac{da}{a \sqrt{m^2 \left(\frac{3}{a^2\beta} - 2 - \frac{1}{a^6} \right)}}. \quad (24)$$

В пренебрежении вкладом материи:

$$t = \frac{2\sqrt{3}}{m} \int \frac{da}{a \sqrt{\frac{3}{a^2\beta} - 2 - \frac{1}{a^6}}} = \frac{\sqrt{6}}{m} \int \frac{a^2 da}{\sqrt{-(a^2 - a_{\min}^2)(a^2 - a_{\max}^2)(a^2 + a_1^2)}}$$

Приближенные аналитические выражения в окрестности точек поворота.

Случай $a \gg a_{\min}$:

$$t \approx \frac{\sqrt{3}a_{\min}^{\frac{3}{2}}}{m\sqrt{(a_{\max}^2 - a_{\min}^2)(a_{\min}^2 + a_1^2)}} \int \frac{da}{\sqrt{a - a_{\min}}} = t_{\min} +$$

$$+ \frac{2\sqrt{3}a_{\min}^{\frac{3}{2}}}{m\sqrt{(a_{\max}^2 - a_{\min}^2)(a_{\min}^2 + a_1^2)}} \sqrt{a - a_{\min}}.$$

As it follows from (21), ignoring the matter influence the acceleration parameter q is positive at $a < 1$.

The variant $\beta \ll 1$:

The right part of (20) is positive at

$$a_{\min} < a < a_{\max}, \quad \text{где} \quad a_{\min} = \left(\frac{\beta}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \quad \text{and}$$

$$a_{\max} = \left(\frac{3}{2\beta}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad \text{The value } a = 1 \text{ is included into this interval.}$$

The variant $\beta \ll 1$:

The right part of (20) is positive at

$$a_{\min} < a < a_{\max}, \quad \text{where} \quad a_{\min} = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{1-\beta} \quad \text{and}$$

$$a_{\max} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{1-\beta}.$$

The value $a = 1$ is included into this interval.

The variant $\beta = 1$:

Here we have only statistical Universe $a(\tau) \equiv 1$.

The variant $\beta > 1$:

The right part (20) is always negative. There are no solutions.

The equation (20) allows expressing the solution implicitly in quadratures

Neglecting matter influence:

The approximate analytical expressions about transition points:

The variant $a \gg a_{\min}$:

Случай $a \ll a_{\max}$:

The variant $a \ll a_{\max}$:

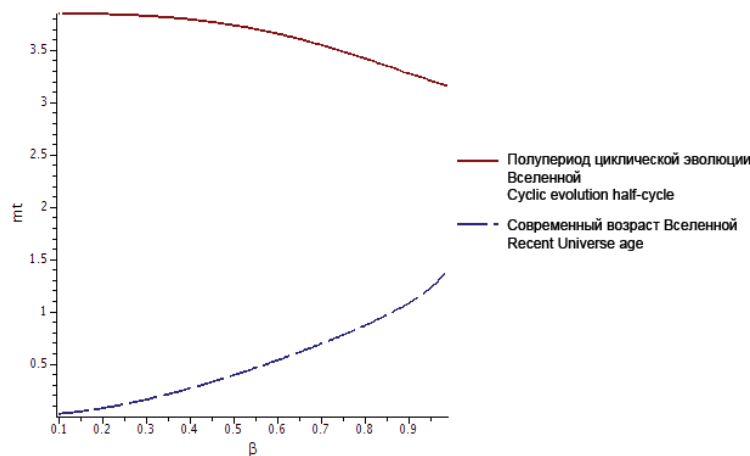
$$t \approx \frac{\sqrt{3}a_{\max}^{\frac{3}{2}}}{m\sqrt{(a_{\max}^2 - a_{\min}^2)(a_{\max}^2 + a_1^2)}} \int \frac{da}{\sqrt{a_{\max} - a}} = t_{\max} - \frac{2\sqrt{3}a_{\max}^{\frac{3}{2}}}{m\sqrt{(a_{\max}^2 - a_{\min}^2)(a_{\max}^2 + a_1^2)}} \sqrt{a_{\max} - a}.$$

Однако для вычисления времени при значительных изменениях масштабного фактора a необходимо численно вычислить интеграл в (24).

На графике представлены зависимость от параметра β полупериода циклической эволюции и максимально возможного современного возраста Вселенной (времени окончания этапа ускоренного расширения).

Though for calculating the time at significant changes of scale factor a it is necessary to calculate the integral in (24).

The diagram presents the dependence of the cyclic evolution half-cycle and maximum possible recent Universe age (the time of accelerated expansion end) from the parameter β



Рассмотрим аналитически предельные случаи. В пренебрежении материальным членом (21) принимает вид

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{m^2}{6} \left(\frac{1}{a^6} - 1 \right).$$

При $\beta \ll 1$ отклонение a от 1 мало, поэтому в линейном приближении

$$\ddot{a} \approx m^2(1 - a).$$

Это уравнение представляет собой уравнение гармонических колебаний с периодом $T = \frac{2\pi}{m}$.

При $\beta \ll 1$ $a_{\min} \ll 1$, зато $a_{\max} \gg 1$, поэтому доминируют значения $a \gg 1$, следовательно:

$$\ddot{a} \approx -\frac{m^2}{6} a.$$

Let us analytically consider the limit cases. Upon neglecting the material component (21) takes the form

At $\beta \ll 1$ the deflection a from 1 is small, that's why in linear approximation:

This equation represents the equation of harmonic oscillations with the period $T = \frac{2\pi}{m}$.

At $\beta \ll 1$ $a_{\min} \ll 1$, but $a_{\max} \gg 1$, that's why the values $a \gg 1$, dominate, thus:

Это уравнение представляет собой уравнение гармонических колебаний с периодом $T = \frac{2\pi\sqrt{6}}{m}$. Однако в силу $a > 0$, период циклического развития Вселенной равен половине этой величины.

Как видно, эти приближенные аналитические результаты полностью совпадают с численными на приведенном графике.

This equation represents the equation of harmonic oscillations with the period $T = \frac{2\pi\sqrt{6}}{m}$. Though by reason of $a > 0$, the Universe cyclic development is equal to the half of this value

As we can see, these approximate analytical results fully coincide with the calculated on the offered diagram.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК / REFERENCES

1. Logunov A.A. The Theory of Gravity. Moscow, Nauka Publ., 2001, 255 p.
2. Riess A.G., Filippenko A.V., Challis P., Clocchiatti A., Diercks A., Garnavich P.M., Gilliland R.L., Hogan C.J., Jha S., Kirshner R.P., Leibundgut B., Phillips M.M., Reiss D., Schmidt B.P., Schommer R.A., Smith R.C., Spyromilio J., Stubbs C., Suntzeff N.B., Tonry J. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and A Cosmological Constant. The Astronomical Journal. Sept. 1998, vol. 116, pp. 1009—1038. DOI: <http://dx.doi.org/10.1086/300499>.
3. Perlmutter S., Aldering G., Della Valle M., Deustua S., Ellis R.S., Fabbro S., Fruchter A., Goldhaber G., Goobar A., Groom D.E., Hook I.M., Kim A.G., Kim M.Y., Knop R.A., Lidman C., McMahon R.G., Nugent P., Pain R., Panagia N., Pennypacker C.R., Ruiz-Lapuente P., Schaefer B., Walton N. Discovery of a Supernova Explosion at Half the Age of the Universe and Its Cosmological Implications. Nature. 1998, vol. 391, pp. 51—54. DOI: <http://dx.doi.org/10.1038/34124>.
4. Perlmutter S., Aldering G., Goldhaber G., Knop R.A., Nugent P., Castro P.G., Deustua S., Fabbro S., Goobar A., Groom D.E., Hook I.M., Kim A.G., Kim M.Y., Lee J.C., Nunes N.J., Pain R., Pennypacker C.R., Quimby R. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. Astrophys. J. 1999, vol. 517, pp. 565—586. DOI: <http://dx.doi.org/10.1086/307221>.
5. Mestvirishvili M.A., Modestov K.A., Chugreev Yu.V. Quintessence Scalar Field in the Relativistic Theory of Gravity. Theoretical and Mathematical Physics. 2007, vol. 152, no. 3, pp. 1342—1350. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s11232-007-0118-9>.
6. Modestov K.A., Chugreev Yu.V. The Problem of Stability of the Homogeneous and Isotropic Universe in the Relativistic Theory of Gravitation. Physics of Particles and Nuclei Letters. 2009, vol. 6, no. 4, pp. 275—288. DOI: <http://dx.doi.org/10.1134/S1547477109040013>.
7. Modestov K.A., Chugreev Y.V. Linear Perturbations on the Cosmological Background in the Relativistic Theory of Gravitation: I. Theory. Physics of Particles and Nuclei Letters. 2013, vol. 10, no. 4, pp. 295—299. DOI: <http://dx.doi.org/10.1134/S1547477113040109>.
8. Modestov K.A., Chugreev Y.V. Linear Perturbations on the Cosmological Background in the Relativistic Theory of Gravitation: II. Appendix. Physics of Particles and Nuclei Letters. 2013, vol. 10, no. 4, pp. 300—308. DOI: <http://dx.doi.org/10.1134/S1547477113040110>.

Поступила в редакцию в декабре 2014 г.

Received in December 2014.

Об авторе: **Модестов Константин Анатольевич** — старший преподаватель кафедры физики, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, 8 (499) 183-28-91, modestovk@mail.ru;

Ковачевич Дмитрий Алексеевич — студент Института фундаментального образования, **Московский государственный строительный университет (ФГБОУ ВПО «МГСУ»)**, 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, kovachevichdmitry@gmail.com.

About the author: **Modestov Konstantin Anatol'evich** — senior lecturer, Department of Physics, Institute of Fundamental Education, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavl'skoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; +7 (499) 183-28-91; modestovk@mail.ru;

Kovachevich Dmitriy Alekseevich — student, Institute of Fundamental Education, **Moscow State University of Civil Engineering (MGSU)**, 26 Yaroslavl'skoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; kovachevichdmitry@gmail.com.

Для цитирования:

Модестов К.А., Ковачевич Д.А. Эволюция однородной и изотропной вселенной в релятивистской теории гравитации [Электронный ресурс] // Строительство: наука и образование. 2015. № 1. Ст. 4. Режим доступа: <http://www.nso-journal.ru>.

For citation:

Modestov K.A., Kovachevich D.A. Evolyutsiya odnorodnoy i izotropnoy vselennoy v relyativistskoy teorii gravitatsii [The Evolution of Homogeneous and Isotropic Universe in the Relativistic Theory of Gravitation]. *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education]. 2015, no. 1, paper 4. Available at: <http://www.nso-journal.ru>.