

УДК 531

Г.А. Джинчвелашвили

НИУ МГСУ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И АНАЛИЗА РАЗМЕРНОСТЕЙ

Анонсируется книга профессора Г.С. Варданяна, в которой систематически излагаются основы теории подобия и анализа размерностей, обсуждаются возможности этих методов и их применение для решения не только фундаментальных задач механики деформируемого твердого тела, но и прикладных задач, в частности, сложных задач инженерной сейсмологии.

Ключевые слова: теория подобия, анализ размерностей, механика деформируемого твердого тела, сейсмические волны, грунты основания, период собственных колебаний

Совсем недавно в издательстве «ИНФРА-М» вышла книга замечательного ученого и педагога Г.С. Варданяна [1] по применению методов теории подобия и анализа размерностей в задачах механики деформируемого твердого тела. Гумедин Суренович Варданян — доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки и техники Российской Федерации, внес большой вклад в развитие научной школы по механике деформируемого твердого тела.

По его инициативе в 1995 г. был издан один из лучших учебников по сопротивлению материалов [3], который был переиздан в издательстве ИНФРА-М в 2011 г. [4]. Работая в Проблемной лаборатории фотоупругости МИСИ им. Куйбышева, лаборатории с мировым именем, в которой несколько десятилетий велись теоретические и экспериментальные исследования в области механики деформируемого твердого тела и выполнялись работы, имеющие важное народно-хозяйственное значение, Г.С. Варданян в 1980 г. в составе пяти сотрудников лаборатории стал лауреатом Государственной премии СССР.



SOLUTION TO THE PROBLEMS OF APPLIED MECHANICS USING THE SIMILARITY THEORY AND DIMENSIONAL ANALYSIS

G.A. Dzhinchvelashvili

MGSU

In the present work the author announces a book of Professor G.S. Vardanyan in which the bases of similarity theory and dimensional analysis are systematically set forward. It discusses the possibilities of these methods and their application in solving not only fundamental problems of solid mechanics, but also applied tasks, in particular, complicated problems of engineering seismology.

Key words: similarity theory, dimensional analysis, mechanics of deformable solids, seismic waves, foundation soil, natural period of vibrations

It was quite recently that the publishing house “INFRA-M” published a book of an outstanding scientist G.S. Vardanyan [1] on the application of similarity theory and dimensional analysis methods in the tasks of the mechanics of deformable solids. Gumedin Surenovich Vardanyan — Doctor of Technical Sciences, Professor, honoured worker of science and technology of the Russian Federation made great contribution into the development of the scientific school in the mechanics of deformable solids.

On his initiative in 1995 one of the best textbooks on strength of materials was published [3], which was reprinted in the publishing house INFRA-M in 2011 [4]. Having been working in the fundamental research laboratory of photoelasticity of MISI named after Kuybyshev, the internationally known laboratory where several decades theoretical and experimental investigations in the field of deformable solids mechanics were carried out and the works of the great economical role were executed, G.S. Vardanyan in 1980 together with 5 laboratory workers became the recipient of the State Prize of the USSR.

Гумедин Суренович двадцать лет заведовал кафедрой сопротивления материалов НИУ МГСУ. В 2001 г. под его руководством в МГСУ было создано учебное направление «Прикладная механика», в котором одной из основных дисциплин являлась «Теория подобия и анализ размерностей». При кафедре была организована учебная лаборатория по фотоупругости, разработан комплекс лабораторных работ по теории упругости, где также исследовались вопросы теории подобия.

Вопросы моделирования. Подобие физических процессов и систем широко используется в технике для исследования методом моделирования. В тех случаях, когда математическое решение задачи затруднено, а то и просто невозможно, вполне естественным является обращение к экспериментальному исследованию на моделях с последующим перерасчетом полученных результатов в соответствии с натурой, т.е. прототипом модели. При этом модель и натура должны находиться между собой в отношениях подобия.

Исследование на моделях позволяет ускорить или замедлить процессы, которые в натуральных условиях развиваются со скоростью, затрудняющей вести наблюдение. При проведении эксперимента непосредственно на натуре почти всегда приходится отказываться от активного поиска оптимальных конструктивных решений, ибо это связано со значительными материальными затратами, а нередко и просто невыполнимо.

Теория моделирования базируется на принципах, вытекающих из теории подобия. Эти принципы заключаются в соблюдении условий, которые определяют соотношения между параметрами модели и природы, а также правила пересчета исследуемых величин с модели на натуру и обратно. Однако известно, что ни одна модель не может с абсолютной полнотой воспроизвести изучаемый оригинал, поскольку для этого необходимо их полное тождество. Поэтому при моделировании стараются сохранить в модели, по крайней мере, те характеристики природы, которые являются наиболее существенными в общей картине физического процесса, обеспечивая заданную точность результатов (например, при расчете стержневых конструкций пренебрегают собственным весом, а при проектировании плотины насыпь рассматривают как распределенную нагрузку и т.д.).

Gumedin Surenovich has been holding the chair of Strength of Materials of MGSU for 20 years. In 2001 under his direction in MGSU a new educational direction was created — “Applied Mechanics”, one of the main disciplines of which was “Similarity Theory and Dimensional Analysis”. A scientific laboratory on photoelasticity was organized affiliated to the department, a complex of laboratory works on elasticity theory was developed, where also issues of similarity theory were investigated.

Simulation issues. Similarity of physical processes and systems is widely used in technology for investigations using the simulation approach. In the cases when mathematical solution of the task is complicated or even impossible, it is quite natural to turn to experimental investigation using models with further recomputation of the obtained results in correspondence with nature, i.e. prototype of the model. In this case model and nature should be in likelihood ratio.

The investigations using models allow accelerating or decelerating the processes, which in natural conditions are developing with the speed complicating monitoring. When carrying out experiment directly in nature we almost always have to refuse from active search of optimal constructive solutions, because it is associated with great material expenses and often is just impossible.

The simulation theory is based on the principles coming from similarity theory. These principles consist in complying with the conditions determining the correlation between the parameters of the model and the nature and the rules of recalculation of the investigated values from model to nature and vice versa. Although it is known that no model may fully simulate the observed original, because for this aim their full identity is needed. That's why during simulation one tries to keep in the model at least such characteristics of the nature that are most important in the general picture of the physical process providing the specified preciseness of the results (for example, when calculating frame structures one ignores the dead load and when designing dams the embankment is considered as a distributed load, etc.).

Традиционная теория подобия как обобщение простого подобия геометрических фигур строится на основе постулата, утверждающего, что два явления (процесса) называются подобными, если по заданным характеристикам ξ одного можно получить характеристики $\bar{\xi}$ другого путем умножения на постоянные коэффициенты k_ξ (масштабы, множители подобия), т.е. $\bar{\xi} = k_\xi \xi$.

Задача, которая рассматривается в традиционной теории подобия, — это физическое моделирование различных задач физики, механики и других областей, для которых известны основные уравнения. С помощью преобразований $\bar{\xi} = k_\xi \xi$ основные уравнения приводятся к безразмерному виду и, используя принцип инвариантности, получают новые безразмерные комбинации характеристик, связывающие между собой множители подобия k_ξ . Эти безразмерные комбинации называются критериями подобия. Для подобных процессов эти критерии должны совпадать. Получение критериев подобия не вызывает особых трудностей, они определяются при исследовании их физического смысла и свойства вырождения.

С использованием такой относительно простой теории подобия Г.С. Варданян в своем учебном пособии рассмотрел различные задачи механики деформируемого твердого тела. На примерах некоторых задач было обнаружено, что поставленную задачу невозможно решить с помощью традиционной теории подобия. В связи с этим автор разработал оригинальную теорию подобия — метод функционального подобия [1, 2]. Здесь множители подобия k_ξ — не постоянные величины, а функции, зависящие от независимых переменных рассматриваемой задачи. Следовательно, между двумя процессами (задачами) можно установить такое соответствие, при котором по известным характеристикам ξ одного из них, можно найти характеристики $\bar{\xi}$ другого путем умножения на однозначные функции k_ξ . В учебном пособии приведены примеры решения различных задач методом функционального подобия (гл. 1) [1]. Оригинальный пример использования функционального подобия для поиска решений линейных дифференциальных уравнений с перемен-

The traditional similarity theory as a generalization of the simple similarity of geometric figures is created basing on the idea stating that two phenomena (processes) are called similar if using the preset characteristics ξ of one of them it is possible to obtain the characteristics $\bar{\xi}$ of the other by multiplication by the permanent coefficients k_ξ (scales, multiplying factor of the similarity), i.e. $\bar{\xi} = k_\xi \xi$.

The task which is considered in the traditional similarity theory is physical simulation of different tasks of physics, mechanics and other fields, for which the main equations are known. With the help of reexpression $\bar{\xi} = k_\xi \xi$ the main equations are reduced to the nondimensional form and using the principle of invariance new nondimensional combinations of characteristic are obtained, which connect the multiplying factors of the similarity k_ξ . These nondimensional combinations are called similarity criteria. For such processes these criteria should coincide. Obtaining the similarity criteria is not complicated, they are obtained by investigating their physical meaning and degeneracy property.

Using such a relatively simple similarity theory G.S. Vardanyan considered in his training manual different tasks of mechanics of deformable solids. On the example of some tasks it was found out that it is impossible to solve the stated task using the traditional similarity theory. In this relation the author developed an original similarity theory — the method of functional similarity [1, 2]. Here the multiplying factors of the similarity k_ξ are not constant values, but functions depending on independent variables of the stated task. Consequently it is possible to set up such a correspondence between the two processes (tasks) when using the known characteristics ξ of one of them it is possible to find the characteristics $\bar{\xi}$ of the other by multiplying by single valued functions k_ξ . In the textbook the author offers examples of solving different tasks using functional similarity method (chapter 1) [1]. A nonconventional example of using functional similarity for searching the solutions of

ными коэффициентами рассмотрен в гл. 5 [1]. Наконец, в гл. 10 [1] приведены примеры получения критериев функционального подобия при моделировании задач в условиях, соответственно, вязкоупругости и наследственной ползучести, сопровождающихся старением материала.

В тех случаях, когда математическое описание исследуемой задачи отсутствует, т.е. неизвестны основные уравнения задачи, критерии подобия могут быть установлены только с помощью анализа размерностей. Для этого необходимо:

- составить перечень всех величин, от которых зависит данный процесс;
- выбрать основную систему единиц измерения, с помощью которой можно определить размерности остальных величин, входящих в перечень;
- с помощью так называемой π -теоремы определить количество и структуру безразмерных π -комплексов (критериев подобия).

Для подобных процессов эти критерии должны совпадать ($\bar{\pi}_i = \pi_i$).

Теория размерностей применяется при решении различных задач, основными из которых являются:

- установление эмпирических формул при решении различных задач физики, механики и др.;
- сокращение количества независимых переменных (автомодельные решения);
- определение критериев подобия при моделировании различных задач в случае отсутствия основных уравнений этих задач.

С применением анализа размерностей в настоящем учебном пособии рассмотрены различные задачи механики деформируемого твердого тела, относящиеся к перечисленным выше трем случаям. В первом случае из характеристик задачи можно образовать лишь один безразмерный π -комплекс, во втором случае — лишь два π -комплекса. Такие задачи рассмотрены в гл. 7 [1]. Наконец, случаи, когда из характеристик задачи можно образовать три и более безразмерных π -комплекса, рассмотрены в гл. 9 и 10 [1].

Здесь автор учебного пособия предложил ввести одно дополнение к основным положениям анализа размерностей, которое существенно расширяет круг решаемых задач. Он построил аксиоматическую теорию анализа размерно-

linear differential equations with variable coefficients is considered in chapter 5 [1]. Finally, in chapter 10 [1] the author gives the examples of obtaining functional similarity criteria when modelling the tasks in the conditions of viscoelasticity and complete creeping accompanied by material ageing.

In the cases when there is no mathematical description of the investigated problem, i.e. the main equations of the task are unknown, the similarity criteria may be set only with the help of dimensional analysis. For this aim it is necessary to:

- make a list of all the volumes this process depends;
- choose the main system of units of measurements with the help of which one can determine the dimensions of other values in the list;
- determine the quality and structure of nondimensional π -complexes (similarity criteria) with the help of the so-called π -theorem.

For such processes these criteria should coincide ($\bar{\pi}_i = \pi_i$).

The dimension theory is used when solving different tasks, the main of which are:

- setting empirical formulae when solving different tasks of physics, mechanics, etc.;
- reducing the number of independent variables переменных (self-similar solution);
- determining the similarity criteria when simulating different tasks in case of the absence of the main equations of these tasks.

In the given training manual different tasks of deformable solids mechanics related to the enumerated three cases are solved using the dimensional analysis. In the first case only one nondimensional π -complex may be generated from the characteristics of the task, in the second case — two π -complexes. Such tasks are considered in chapter 7 [1]. Finally the cases when three or more nondimensional π -complexes may be generated from the characteristics of the task are considered in chapters 9 and 10 [1].

Here the author of the textbook suggested introducing one addition to the main provisions of the dimensional analysis which greatly

стей, основанную на четырех положениях. Первая аксиома, требующая, чтобы в данной системе единиц измерения имело место взаимно однозначное соответствие между размерными величинами a_i и их размерностями $a_i \Leftrightarrow [a_i] = A_i$, позволяет более правильно выбрать основную систему единиц измерения. Вопросы, связанные с аксиоматической теорией размерности и решение задач с ее помощью рассмотрены в гл. 6 и 7 [1, 2].

Книга написана живым и доходчивым языком, изложение сопровождается многочисленными примерами, поясняющими технологию использования математического аппарата, и будет, вне всякого сомнения, с интересом встречена как студентами-магистрантами, так и аспирантами, научными сотрудниками и специалистами, занимающимися вопросами физического моделирования.

Дальнейшие возможности использования развиваемой теории. Прочтение анонсированной книги профессора Г.С. Варданяна натолкнуло нас на возможность решения сложных задач инженерной сейсмологии методами теории подобия и анализа размерностей. На XIII Всероссийской научно-практической конференции «Современная строительная наука и образование», посвященной 95-летию юбилею НИУ МГСУ, 7 апреля 2016 г. был представлен доклад¹, посвященный именно этим вопросам. Предложенный профессором Г.С. Варданяном метод позволяет исследовать актуальные сейсмологические задачи, в т.ч. задачи определения периодов свободных колебаний слоистых оснований, с помощью методов теории подобия и анализа размерностей в точной постановке. Метод реализуется очень просто для оснований с любым количеством слоев.

В докладе был приведен сравнительный анализ результатов расчета с приближенными решениями, полученными другими авторами [5, 6, 10, 12]. Также выполнено сравнение с решениями, разработанными Э.Е. Хачияном [8]

enlarges the range of the tasks to be solved. He constructed an axiomatic theory of the dimensional analysis based on four provisions. The first axiom, which requires that in the given system of units of measurements should be bi-unique correspondence between the dimension values a_i and their dimensionalities $a_i \Leftrightarrow [a_i] = A_i$, allows more correctly choosing the main system of units of measurements. The issues related to axiomatic dimensional theory and solution of the tasks using it are considered in the chapters 6 and 7 [1, 2].

The book is written in vital and accessible language, the presentation is accompanied by multiple examples illustrating the technology of using mathematical apparatus and it will surely be met with interest by master students, postgraduate student, scientific workers and specialists engaged in the issues of physical modelling.

Further application possibilities of the developing theory. The announced book of the Professor G.S. Vardanyan gave us an idea of the possibility of solving complicated problems of engineering seismology by the methods of the similarity theory and dimensional analysis. On the 8th All-Russian science and practice conference “Modern Construction Science and Education” dedicated to the 95th anniversary of MGSU on the 7th of April 2016 a report¹ was presented, which focused on these issues. The method suggested by the Professor G.S. Vardanyan allows investigating current seismological tasks, including determining the periods of natural frequencies of stratified foundations with the help of the methods of similarity theory and dimensional analysis in precise statement. The method is easily implemented for the foundations with any number of layers.

In the report a comparative analysis of calculation results with approximate solutions obtained by other authors was offered [5, 6, 10, 12]. Also a comparison with the results

¹ Варданян Г.С., Джинчвелашвили Г.А., Мкртычев О.В. «Применение теории подобия и анализа в инженерной сейсмологии», доклад на XIII Всероссийской научно-практической конференции «Современная строительная наука и образование», посвященной 95-летию юбилею НИУ МГСУ, 7 апреля 2016 г.

Vardanyan G.S., Dzhinchvelashvili G.A., Mkrtychev O.V. «Primenenie teorii podobiya i analiza v inzhenernoy seysmologii», doklad na XIII Vserossiyskoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Sovremennaya stroitel'naya nauka i obrazovanie», posvyashchennoy 95-letnemu yubileyu NIU MGSU, 7 aprelya 2016 g. [“Application of Similarity Theory and Analysis in Engineering Seismology”, report on the 8th All-Russian science and practice conference “Modern Construction Science and Education” dedicated to the 95th anniversary of MGSU on the 7th of April 2016].

для числа слоев $n \leq 4$, показана удовлетворительная сходимость результатов.

Полученные результаты исследований в теории сейсмостойкости сооружений имеют большое практическое применение:

- дают возможность определения преобладающих периодов собственных колебаний в конкретных грунтовых условиях;
- позволяют нормировать грунты основания по сейсмическим свойствам;
- на их основе можно рекомендовать оптимальный тип здания или сооружения, расположенного на данной строительной площадке.

Задачи, которые необходимо исследовать в ближайшем будущем:

- определение динамических параметров многослойных оснований с учетом диссипации энергии;
- моделирование синтезированных акселерограмм для различных сценариев в конкретных грунтовых условиях [9, 11];
- разработка методики классификации грунтов основания по сейсмическим свойствам для внесения изменений и дополнений в нормативную литературу [7].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Варданян Г.С. Прикладная механика : применение методов теории подобия и анализа размерностей к моделированию задач механики деформируемого твердого тела. М. : ИНФРА-М, 2016. 174 с.
2. Варданян Г.С. Аксиоматическая теория размерностей и ее применение в механике деформируемого твёрдого тела // Тр. XI Международного конгресса по применению математики в инженерной науке (ИКМ). Веймар, 1987. № 1. С. 89—92.
3. Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / под ред. Г.С. Варданяна. М. : Изд-во АСВ, 1995. 568 с.
4. Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. Соппротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / под ред. Г.С. Варданяна и Н.М. Атарова. 2-е изд. испр. и доп. М. : ИНФРА-М, 2011. 638 с.
5. Окамото Ш. Сейсмостойкость инженерных сооружений. М. : Стройиздат, 1980. 342 с.
6. СНРА II-6.02-2006. Сейсмостойкое строительство. Нормы проектирования. Ереван : Мин-во градостроительства республики Армения, 2006. 63 с.

developed by E.E. Khachiyani [8] was carried out for a number of layers $n \leq 4$, satisfactory reproducibility of the results was shown.

The obtained results of the investigations have a great practical application:

- they give opportunity to determine the prevailing natural frequencies periods in the given soil conditions;
- allow classifying foundation soils according to seismic properties;
- basing on them it is possible to recommend an optimal type of building or structure situated on the given construction site.

The tasks which should be investigated in the nearest future:

- determination of the dynamic parameters of multilayered bases with account for energy dissipation;
- simulation of constructed accelerograms for different scenarios in the given soil conditions [9, 11];
- development of the classification method of foundation soils according to their seismic properties for amendments and additions to regulatory documentation[7].

REFERENCES

1. Vardanyan G.S. *Prikladnaya mekhanika : primeneniye metodov teorii podobiya i analiza razmernostey k modelirovaniyu zadach mekhaniki deformiruемого tverdogo tela* [Applied Mechanics : Application of the Methods of Similarity Theory and Dimensional Analysis to Modeling of the Tasks of Deformable Solids Mechanics]. Moscow, INFRA-M Publ., 2016, 174 p. (In Russian)
2. Vardanyan G.S. *Aksiomaticheskaya teoriya razmernostey i ee primeneniye v mekhanike deformiruемого tverdogo tela* [Axiomatic Theory of Dimensions and Its Application in the Mechanics of Deformable Solids]. *Trudy XI Mezhdunarodnogo kongressa po primeneniyu matematiki v inzhenernoy nauke (IKM)* [Works of the 9th International Congress on Application of Mathematics and Engineering Science (IKM)]. Veymar, 1987, no. 1, pp. 89—92. (In Russian)
3. Vardanyan G.S., Andreev V.I., Atarov N.M., Gorshkov A.A. *Soprotivlenie materialov s osnovami teorii uprugosti i plastichnosti* [Strength of Materials with the Bases of the Theory of Elasticity and Plasticity]. Moscow, ASV Publ., 1995, 568 p. (In Russian)
4. Vardanyan G.S., Andreev V.I., Atarov N.M., Gorshkov A.A. *Soprotivlenie materialov s osnovami teorii uprugosti i plastichnosti* [Strength of Materials with the Bases of the Theory of Elasticity and Plasticity]. 2nd edition, revised and enlarged. Moscow, INFRA-M Publ., 2011, 638 p. (In Russian)
5. Okamoto Sh. *Seysmostoykost' inzhenernykh sooruzheniy* [Seismic Resistance of Engineering Constructions]. Moscow, Stroyizdat Publ., 1980, 342 p. (In Russian)
6. *II-6.02-2006. Seysmostoykoe stroitel'stvo. Normy proektirovaniya* [II-6.02-2006. Antiseismic Construction. Design Standards]. Erevan, Ministerstvo gradostroitel'stva respubliky Armeniya Publ., 2006, 63 p. (In Russian)

7. СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах. СНиП II-7-81*. М. : Минстрой РФ, 2014. 131 с.

8. Хачиян Э.Е. Прикладная сейсмология. Ереван : Изд-во «Гитутюн» НАН РА, 2008. 491 с.

9. Хачиян Э.Е. Задача усиления или ослабления эффекта сейсмического воздействия на поверхности земли // Вестник ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко «Исследования по теории сооружений». 2009. № 1 (XXVI). С. 67—80.

10. Building Seismic Safety Council. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, 1997.

11. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A., Busalova M.S. Calculation accelerograms parameters for a "Construction-Basis" model, nonlinear properties of the soil taken into account // Procedia Engineering. 2014. Vol. 91. Pp. 54—57.

12. Wolf J.P. Dynamic Soil-Structure Interaction //1985, Prentice-Hall, Inc., Enlewood Cliffs, N.J. 07632. 481 p.

Поступила в редакцию в июне 2016 г.

7. SP 14.13330.2014. Stroitel'stvo v seysmicheskikh rayonakh. SNiP II-7-81* [Requirements SP 14.13330.2014. Construction in Seismic Regions. Construction Norms SNiP II-7-81*]. Moscow, Minstroy RF Publ., 2014, 131 p. (In Russian)

8. Khachiyan E.E. *Prikladnaya seysmologiya* [Applied Seismology]. Erevan, «Gitutyun» NAN RA Publ., 2008, 491 p. (In Russian)

9. Khachiyan E.E. Zadacha usileniya ili oslableniya efekta seysmicheskogo vozdeystviya na poverkhnosti zemli [The Task of Increasing or Decreasing the Seismic Effect on the Earth Surfaces]. *Vestnik TsNIISK im. V.A. Kucherenko «Issledovaniya po teorii sooruzheniy»* [Proceedings of the Central Research Institute of Building Structures named after V.A. Kucherenko "Investigations on Theory of Structures"]. Moscow, TsNIISK Publ., 2009, no. 1 (XXVI), pp. 67—80. (In Russian)

10. Building Seismic Safety Council. NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA-273, Federal Emergency Management Agency, Washington, DC, 1997.

11. Mkrtychev O.V., Dzhinchvelashvili G.A., Busalova M.S. Calculation Accelerograms Parameters for a "Construction-Basis" Model, Nonlinear Properties of the Soil Taken into Account. *Procedia Engineering*. 2014, vol. 91, pp. 54—57. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2014.12.011>.

12. Wolf J.P. Dynamic Soil-Structure Interaction. 1985, Prentice-Hall, Inc., Enlewood Cliffs, N.J. 07632. 481 p.

Received in June 2016.

Об авторе: Джинчвелашвили Гурам Автандилович, доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26, guram2004@yandex.ru.

About the author: Dzhinchvelashvili Guram Avtandilovich, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Strength of Materials, Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU), 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; guram2004@yandex.ru.

Для цитирования:

Джинчвелашвили Г.А. Решение задач прикладной механики с помощью методов теории подобия и анализа размерностей // Строительство: наука и образование. 2016. № 2. Ст. 5. Режим доступа: <http://nso-journal.ru>.

For citation:

Dzhinchvelashvili G.A. Reshenie zadach prikladnoy mekhaniki s pomoshch'yu metodov teorii podobiya i analiza razmernostey [Solution to the Problems of Applied Mechanics Using the Similarity Theory and Dimensional Analysis]. *Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie* [Construction: Science and Education]. 2014, no. 2, paper 5. Available at: <http://www.nso-journal.ru>.