

## Расчет надежности железобетонных свай-стоек в основаниях фундаментов

В.С. Уткин

*Вологодский государственный университет (ВоГУ)  
160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15*

**АННОТАЦИЯ: Предмет исследования:** надежность работы свай-стоек в грунте основания фундаментов по критериям несущей способности грунта основания и по несущей способности (прочности) материала сваи. Необходимость исследований вызвана требованиями обеспечения безопасности эксплуатации строительных конструкций, в состав которых входят свайные основания.

**Цели:** разработка методов расчета надежности сваи-стойки по всем критериям работоспособности с использованием математических моделей предельных состояний предусмотренных существующими нормативными документами (СП 24.13330.2011 «Свайные основания») и литературными источниками. Особенность расчетов надежности сваи-стойки заключается в том, что статистическую информацию о контролируемых параметрах в моделях предельных состояний свай можно получить по результатам испытаний пробных свай, число которых на практике ограничено, поэтому вероятностно-статистические методы для расчета надежности сваи неприменимы.

**Материалы и методы:** методы расчетов надежности построены на основе теории возможностей в связи с ограниченностью объема статистической информации о контролируемых параметрах в математических моделях предельных состояний сваи-стойки. Надежность сваи-стойки в целом, как условной механической системы с последовательным соединением независимых элементов представляется в интервальном виде. Результат расчета надежности в интервальной форме менее информативен по сравнению с вероятностными методами, так как представляется наименьшим и наибольшим значениями надежности. Однако он удобен при сравнении по показателям надежности двух и более несущих элементов, в частности при выборе свай по материалу.

**Результаты:** результаты исследований по расчетам надежности свай-стоек продемонстрированы в графическом и аналитическом (в виде формул) видах отдельно по несущей способности грунта под нижним концом сваи и по несущей способности (прочности) материала сваи. По итогам расчетов надежности сваи-стойки можно оценивать уровень безопасности ее эксплуатации.

**Выводы:** результат расчета надежности можно использовать в расчетах надежности всего основания фундамента и здания или сооружения в целом как сложной механической системы. Методы расчетов надежности сваи-стойки могут быть использованы при реализации требований нормативного документа ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» на стадиях проектирования и эксплуатации.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** свая-стойка, расчет надежности, несущая способность грунта, прочность материала, вероятностный метод, интервал надежности

**ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ:** Уткин В.С. Расчет надежности железобетонных свай-стоек в основаниях фундаментов // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. Вып. 3. Ст. 2. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.3.2

## Calculation of reliability of ferro-concrete rack-piles in the basis of foundations

Vladimir S. Utkin

*Vologda State University (VSU)  
15 Lenin st., Vologda, 160000, Russian Federation*

**ABSTRACT: The subject of research:** reliability of the rack-pile foundation in soil foundation according to the criteria of bearing capacity of soil foundation and the bearing capacity (strength) of the pile material. The need for research is caused by the requirements for ensuring the safety of operation of building structures, which include pile foundations.

**Goals:** development of methods for calculating the reliability of the pile rack for all performance criteria using mathematical models of limit states provided for by existing normative documents (SP 24.13330.2011 "Pile foundations") and literature sources. The peculiarity of calculating the reliability of a pile rack is that statistical information on the controlled parameters in models of pile limit states can be obtained from the test results of test piles, the number of which is in practice limited, so probabilistic-statistical methods for calculating pile reliability are not applicable.

**Materials and methods:** methods of reliability calculations are constructed on the basis of the theory of possibilities in connection with the limited volume of statistical information on controlled parameters in mathematical models of the limiting states of the pile-rack. The reliability of the pile-rack as a whole, as a conditional mechanical system with a serial connection of independent elements is represented in an interval form. The result of calculating the reliability in interval form is less informative than probabilistic methods, since is represented by the smallest and largest reliability values. However, it is convenient when comparing the reliability of two or more load-bearing elements, in particular when selecting piles by a material.

**Results:** the results of studies on the reliability calculations of piles are demonstrated in graphical and analytical (in the form of formulas), separately according to the bearing capacity of the soil under the lower end of the pile and the load-bearing capacity of the pile material. Based on the results of calculations of the reliability of the pile-rack, it is possible to assess the level of safety of its operation.

**Conclusions:** the result of calculating reliability can be used in calculating the reliability of the entire foundation foundation and the building or structure as a whole as a complex mechanical system. Methods for calculating the reliability of the pile rack can be used to implement the requirements of the regulatory document GOST 27751-2014 "Reliability of building structures and foundations" at the design and operation stages.

**KEY WORDS:** pile-rack, reliability calculation, load-carrying capacity of soil, material strength, capability method, reliability interval

**FOR CITATION:** Utkin V.S. Raschet nadezhnosti zhelezobetonnykh svay-stoek v osnovaniyakh fundamentov [Calculation of reliability of ferro-concrete rack-piles in the basis of foundations]. Stroitel'stvo: nauka i obrazovanie [Construction: Science and Education]. 2018, vol. 8, issue 3, pp. 2. DOI: 10.22227/2305-5502.2018.3.2

## ВВЕДЕНИЕ

В 2009 г. вступил в силу Федеральный закон РФ № 384-ФЗ «Технический регламент о безопасности зданий и сооружений», согласно которому к зданиям и сооружениям предъявляются требования по механической безопасности, т.е. в процессе эксплуатации не должно возникать угрозы и разрушения всего здания, сооружения или их частей. К частям здания относятся все несущие элементы, включая основания фундаментов. Частным видом оснований фундаментов являются свайные основания, безопасность которых характеризуется значением надежности свай. По Межгосударственному стандарту ГОСТ 27.002-2015 «Надежность в технике. Термины и определения», введенному с 01.03.2017 г., под термином «надежность» понимается свойство объекта сохранять во времени способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования. Необходимость расчета надежности свай оснований фундаментов обусловлена Межгосударственным стандартом ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований».

Здание или сооружение в понятиях теории надежности представляют сложные механические системы, состоящие из отдельных элементов с различными способами их соединения. Для расчета надежности системы необходима информация о надежности каждого несущего элемента системы. Одним из несущих элементов здания является свайное основание. Расчет надежности свайного основания необходим для количественной оценки уровня надежности (безопасности эксплуатации) самого основания и для определения надежности всего здания. По СП 24.13330.2011 «Свайные основания» свая-стойка рассчитывается по несущей способности (прочности) материала сваи и по несущей

способности (прочности) грунта основания под ее нижним концом. В соответствии с этим одиночная свая-стойка в основании фундамента также представляет условную механическую систему, элементами которой являются несущая способность грунта основания и несущая способность материала сваи. Разработка метода расчета надежности такой системы на стадии проектирования и на стадии эксплуатации зданий и сооружений представляет научную проблему и имеет практическую значимость.

Для расчета надежности сваи-стойки по каждому критерию ее работоспособности необходима математическая модель критерия (предельного состояния), которая формируется из расчетной схемы работы сваи в грунте основания; функции распределения случайных (контролируемых) величин математической модели; статистической информации о контролируемых параметрах (случайных величин), о зависимости (независимости) случайных величин. В соответствии с СП 24.13330.2011 расчетная схема работы сваи-стойки в грунте основания фундамента показана на рис. 1.

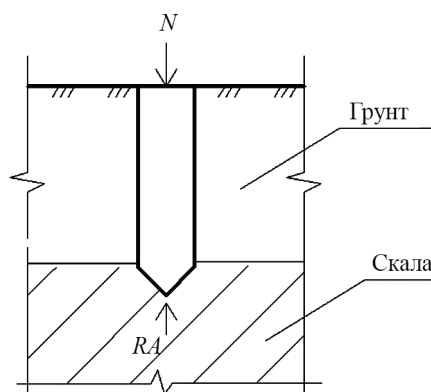


Рис. 1. Расчетная схема сваи-стойки в грунте основания

В расчетную схему сваи входят  $N$  — нагрузка на сваю;  $R$  — расчетное сопротивление грунта ос-

нования;  $F_d = RA$  — несущая способность сваи по грунту основания;  $A$  — площадь поперечного сечения сваи. По СП 24.13330.2011 математическая модель предельного состояния сваи-стойки по несущей способности грунта основания представлена условием:

$$N \leq RA. \quad (1)$$

По несущей способности материала сваи имеем:

$$N \leq R_A A, \quad (2)$$

где  $R_A$  — расчетное сопротивление материала сваи.

Все параметры в формулах (1) и (2) представлены в детерминированном виде, а фактически они получены из результатов измерений. В соответствии с основным постулатом метрологии любой результат при измерениях является случайным числом. Результат многократного измерения величины описывается методами математической статистики и теории вероятности [1]. Такая величина называется случайной. Следовательно  $N$ ,  $R$  и  $R_c$  следует представить в форме случайных величин, а площадь поперечного сечения сваи  $A$  примем детерминированной величиной, так как изменчивость результатов измерения ее мала. Тогда формулы (1) и (2) можно записать в виде:

$$N \leq \tilde{\sigma}_{г,пр} A, \text{ и } \tilde{N} \leq \tilde{\sigma}_{с,пр} A, \quad (3)$$

где  $\tilde{\sigma}_{г,пр}$  — предельное напряжение грунта под нижним концом сваи (случайная величина);  $\tilde{\sigma}_{с,пр}$  — предельное напряжение для материала сваи при сжатии.

По Межгосударственному стандарту ГОСТ 27751-2014 «Надежность строительных конструкций и оснований» для расчетов надежности рекомендовано использовать вероятностно-статистические методы, если статистической информации о случайных величинах достаточно в понятиях математической статистики [1, 2]. Однако полную статистическую информацию о контролируемых параметрах в математических моделях предельных состояний для отдельного здания, как правило, не удается получить. В этом случае применение вероятностных методов в расчетах надежности будет некорректным, и применяются другие методы, хотя и менее информативные. Например, метод, построенный на основе теории возможностей [3–4], по которому результат расчета надежности [4–7] представляется в виде интервала значений надежности (более осторожно), например [0,7; 0,9], где 0,7 — наименьшее возможное значение надежности, а 0,9 — наибольшее. Ниже в расчете надежности сваи-стойки будет использован возможностный метод [4–7], так как для одиночной сваи-стойки невозможно получить полную статистическую информацию по всем контролируемым параметрам.

## ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В своде правил СП 24.13330.2011 «Свайные основания» работа сваи-стойки представлена стержнем с продольной сжимающей силой  $N$ , которая уравнивается реакцией от грунта основания на нижнем конце сваи без учета сил трения — сцепления на боковой поверхности сваи. Расчетная схема работы сваи-стойки в грунте основания представлена на рис. 1.

Расчет сваи-стойки по несущей способности грунта основания и по прочности материала в детерминированном виде приведен в работе [8]. Расчет надежности железобетонной висячей сваи по несущей способности материала сваи и грунта основания возможным методом рассмотрен в исследовании [9]. В статье [7] приведен близкий по работе к сваям-стойкам пример расчета надежности по прочности материала железобетонной колонны при сжатии возможным методом. В публикации [10] рассмотрена проблема оценки надежности свай-стоек по прочности грунта основания с использованием результатов испытаний его конусом с пьезометром. Метод расчета несущей способности свай-стоек на основе обобщенного нелинейного критерия прочности с учетом коэффициента заглубления нижнего конца сваи описан в труде [11]. В работе [12] учтено влияние жесткости грунтов оснований, на которые опираются сваи-стойки, на их несущую способность. В статье [13] выявлено влияние на несущую способность свай-стоек песчаных грунтов под нижним концом сваи. Авторами публикации [14] изучена проблема несущей способности свай-стоек на просадочных грунтах при наводнении. Исследованию работы свай-стоек в грунте посвящены также издания [15–16].

Во всех приведенных примерах расчетов свай-стоек на несущую способность и надежность влияние грунта основания выше скального под нижним концом сваи в соответствии с СП 24.13330.2011 и другим документам не учитывается.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Рассмотрим методы расчетов надежности свай-стоек по несущей способности грунта основания и материала сваи по расчетным математическим моделям (3) при обозначениях  $\tilde{N} = X$ ,  $\tilde{\sigma}_{с,пр} A = Y$ , принятых в теории возможностей [17]. Расчетная схема работы сваи-стойки в грунте основания представлена на рис. 1. Значение случайных величин  $X$  и  $Y$ , называемых в теории возможностей [17] нечеткими переменными, находят путем их измерений. Так, нагрузку  $\tilde{N} = X$  на сваю на стадии проектирования выявляют по показаниям динамометра нагружающего устройства при многократных нагружениях пробной сваи силой  $N$ , равной расчетному значению. На стадии эксплуатации рабочей сваи значение

нагрузки  $N$  можно определить методом, описанным в патенте на изобретение [18]. Предельное сжимающее напряжение грунта основания  $\bar{\sigma}_{г,пр}$  возможно определить по ГОСТ 12374-66 динамическими или статическими испытаниями сваи. Сопротивление грунта  $\bar{\sigma}_{г,пр}$  под нижним концом сваи определяется так же по формуле  $\bar{\sigma}_{г,пр} = 0,5 q$ , где  $q$  — значение сопротивления грунта проникновению наконечника зонда (СНиП-Б.5-67). При  $q < 5$  МПа слой грунта не может быть принят несущим для сваи-стойки. Способы измерения и определения напряжений в грунте можно найти в работе [19]. Значение  $\sigma_{г,пр}$  под нижним концом сваи по СП 24.13330.2011 можно определить с помощью эталонной сваи или неразрушающими методами [20].

Расчет надежности сваи-стойки по несущей способности грунта основания по расчетной модели  $X \leq Y$  при ограниченной статистической информации о  $X$  и  $Y$  можно провести с использованием теории возможностей [17]. Нечеткие переменные будем характеризовать по [4] функциями распределения возможностей вида:

$$\pi_X(x) = \exp \left[ - \left( \frac{x - a_x}{b_x} \right)^2 \right], \quad (4)$$

где  $a_x = 0,5(X_{\max} + X_{\min})$  — «среднее значение»;  $b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min})/\sqrt{-\ln \alpha}$ ;  $\alpha$  — уровень среза (риска), которым по [21] задаются из интервала  $[0; 1]$ .

На рис. 2 представлен вид функции  $\pi_X(x)$  в виде двух графиков, внутри которых может располагаться множество возможных (неизвестных) функций распределения для описания нечеткой переменной  $X$ .

Представим, что  $X$  — нечеткая переменная прочности. Найдем значение обеспеченности прочности при  $X = x_1$ , как показано на рис. 2. По [17] при значении  $X = x_1$  имеем  $a_x > x_1$  (см. рис. 2).

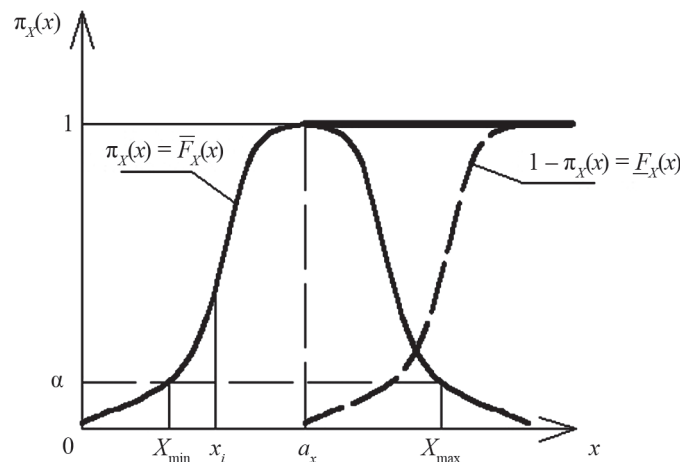


Рис. 2. Функция распределения возможностей  $\pi_X(x)$  и ее границы:  $F_X(x)$ ;  $\bar{F}_X(x)$  — нижняя и верхняя границы функции распределения нечеткой переменной  $X$

В этом случае возможность обеспеченности прочности, например бетона, характеризуется интервалом  $[N; R]$  или в вероятностных обозначениях  $[P; \bar{P}]$ , где  $N$  — необходимость безотказной работы;  $R$  — возможность безотказной работы;  $P, \bar{P}$  — нижняя и верхняя границы вероятности безотказной работы.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для модели (3)  $X \leq Y$  графическое решение может быть представлено по рис. 3 для двух нечетких переменных.

При  $a_x \leq a_y$  имеем  $R = 1$ . Значение  $Q$  (возможность отказа) находят из  $\pi_X(x)$  при  $x^*$ , значения которого находятся по точке пересечения функций  $\pi_X(x)$  и  $\pi_Y(y)$  или из  $\left| \frac{x - a_x}{b_x} \right| = \left| \frac{y - a_y}{b_y} \right|$  при  $x = y = x^*$ .

Из всех корней уравнения выбирается то значение  $x^*$ , которое удовлетворяет условию  $a_x \leq x^* \leq a_y$  (см. рис. 3).

Так представляется решение о расчете надежности по модели (3) в графическом виде. В аналитическом виде расчет проводят по формулам: находят

$$Q = \pi_X(x) \text{ при } x = x^* \text{ или } Q = \exp \left[ - \left( \frac{x^* - a_x}{b_x} \right)^2 \right].$$

Отсюда  $N = 1 - Q$  (см. рис. 3) и при  $a_x < a_y$  имеем  $R = 1$ . Интервал надежности сваи-стойки по несущей способности грунта по модели (3) будет  $[N; R]$  или  $[P; \bar{P}]$ .

Как было отмечено выше, свая-стойка в понятиях теории надежности представляет условную механическую систему с последовательным соединением «элементов». «Элементами» условно являются несущая способность грунта основания и прочность материала сваи.

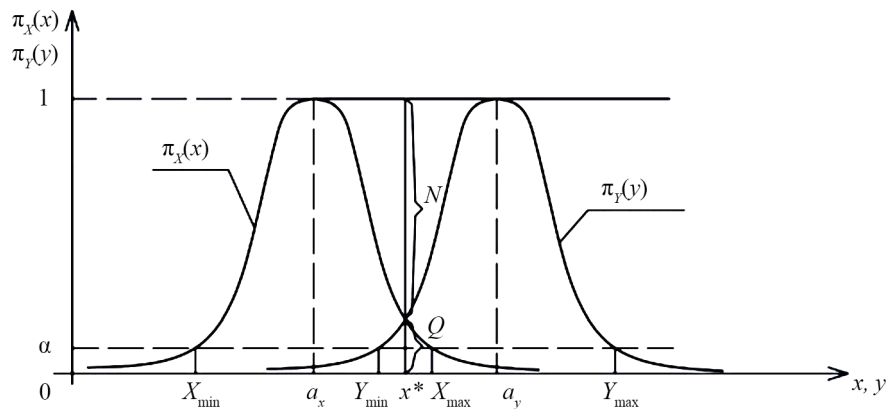


Рис. 3. Графическое представление решения условия  $X \leq Y$

Рассмотрим расчет надежности железобетонной сваи по критерию прочности материала сваи по математической модели предельного состояния вида:

$$\tilde{N} \leq \tilde{\varepsilon}_{b,пр} E_b A_b + \tilde{\varepsilon}_{s,пр} E_s A_s, \quad (5)$$

при предельном значении относительной деформации бетона меньше предельной деформации арматуры  $\varepsilon_{b,пр} < \varepsilon_{s,пр}$  и с учетом гипотезы плоских сечений, как описано в работе [9]. Или по условию:

$$\tilde{N} \leq \tilde{\varepsilon}_{s,пр} E_b A_b + \tilde{\varepsilon}_{b,пр} E_s A_s, \quad (5)$$

при  $\varepsilon_{b,пр} > \varepsilon_{s,пр}$ .

Подробное обоснование такого подхода к математической модели предельного состояния можно найти в статье [9].

В качестве предельной деформации (случайной величины) для стальной арматуры используется ее среднее значение  $\varepsilon_{s,пр} = 0,002$ , что соответствует пределу текучести стали. Для бетона при длительном нагружении по СП 63.13330.2012 —  $\varepsilon_{b,пр} = 0,0034$ . Значения относительных деформаций бетона и арматуры находят по результатам испытаний образцов из бетона и арматуры на стадии эксплуатации неразрушающими методами. Результаты измерений являются случайными величинами. Будем их рассматривать нечеткими переменными и использовать в расчетах надежности теорию нечетких множеств [17]. Модули упругости бетона  $E_b$  и арматуры  $E_s$  примем детерминированными величинами. В научном труде [22] отмечено, что в стальной арматуре для  $E_s$  коэффициент вариации близок к 0,04, что позволяет не учитывать ее изменчивость и считать  $E_s$  детерминированной величиной.

Рассмотрим расчет надежности сваи-стойки по расчетной модели (5). Представим (5) в виде:

$$\tilde{N} \leq \tilde{\varepsilon}_{s,пр} (E_b A_b + E_s A_s). \quad (6)$$

Обозначим  $\tilde{N} = X$  и  $\tilde{\varepsilon}_{s,пр} (E_b A_b + E_s A_s) = Y$ . Тогда (6) примет вид  $X \leq Y$ . Алгоритм расчета надежности

сваи по (6) будет таким же, как и по критерию несущей способности грунта основания. Подробная информация об этом представлена в статье [9].

В результате обоих расчетов (в последовательной системе) будем иметь два значения надежности в интервальной форме  $[N_1; R_1]$  и  $[N_2; R_2]$  или  $[P_1; \bar{P}_1]$  и  $[P_2; \bar{P}_2]$ . По теории возможностей для последовательной системы из нескольких независимых элементов окончательное значение надежности системы характеризуется интервалом, значения которого по [23] определяются по значениям интервалов надежности «элементов» в виде:

$$\begin{cases} \underline{P} = \max \left\{ 0, \sum_{i=1}^n \underline{P}_i - (n-1) \right\}, \\ \bar{P} = \min \bar{P}_i \end{cases}$$

где  $n$  — число значений  $\underline{P}_i$  или интервалов. В расчете надежности сваи-стойки  $n = 2$ .

## ВЫВОДЫ

1. Расчет надежности сваи-стойки производится по результатам испытаний пробных свай по критериям несущей способности грунта основания под нижним концом сваи и по критерию прочности материала сваи.

2. Так как объем статистической информации о контролируемых параметрах в каждой математической модели предельного состояния ограничен, то в результате расчета получают интервалы надежности с верхним и нижним значениями.

3. Работа может быть использована в проектных расчетах свай свайных оснований, а также на стадии их эксплуатации, с использованием пробных свай.

4. Результаты работы могут быть включены в нормативную документацию по свайным основаниям и в учебный процесс вузов по строительным специальностям.



## ЛИТЕРАТУРА

1. *Biagini F., Campanino M.* Elements of Probability and Statistics // Springer, Cham. 2016. 246 p. DOI: 10.1007/978-3-319-07254-8.
2. *Беляев Ю.К., Богатырев В.А., Болотин В.В. и др.* Надежность технических систем: справочник / под ред. И.А. Ушакова. М. : Радио и связь, 1985. 608 с.
3. *Уткин Л.В.* Анализ риска и примеры решений при неполной информации. СПб. : Наука, 2007. 404 с.
4. *Уткин В.С., Уткин Л.В.* Расчет надежности грунтовых оснований и фундаментов машин при ограниченной информации на стадии эксплуатации : монография. Вологда : ВоГУ, 2013. 135 с.
5. *Кауфман Б.Д.* Оценка надежности гидротехнических сооружений при динамических воздействиях в условиях неполноты исходной информации : автореф. дисс. ... д-ра техн. наук. СПб., 2015. 35 с.
6. *Chen W., Wang X., Liu M., Zhu Y., Deng S.* Probabilistic Risk Assessment of RCC Dam Considering Grey-Stochastic-Fuzzy Uncertainty // KSCE Journal of Civil Engineering. 2018. DOI: 10.1007/s12205-018-0765-4.
7. *Уткин В.С., Соловьев С.А., Белоглазов А.Д.* Расчет надежности (безопасности эксплуатации) железобетонной колонны // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. 2016. № 4. С. 50–55.
8. *Метелюк Н.С., Шишко Г.Ф., Соловьева А.Б., Грузинцев В.В.* Сваи и свайные фундаменты. Киев : Будивельник, 1977. 256 с.
9. *Уткин В.С.* Расчет надежности висячих железобетонных свай в грунте основания // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. № 1 (276). С. 31–36.
10. *Ivanova T.V., Albert I.U., Kaufman B.D., Shulman S.G.* The load-bearing capacity of hanging piles by the strength criterion of a pile or soil material // Magazine of Civil Engineering. 2017. Vol. 67. Issue 7. Pp. 3–12. DOI: 10.5862/mce.67.1.
11. *Zhang M., Wang X., Wang Y.* Ultimate end bearing capacity of rock-socketed pile based on generalized nonlinear unified strength criterion // Journal of Central South University of Technology. 2011. Vol. 18. Issue 1. Pp. 208–215. DOI: 10.1007/s11771-011-0681-y.
12. *Padron L.A., Aznárez J.J., Maeso O., Saitoh M.* Impedance functions of end-bearing inclined piles // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. 2012. Vol. 38. Pp. 97–108. DOI: 10.1016/j.soildyn.2012.01.010.
13. *Yasufuku N., Hyde A.F.L.* Pile end-bearing capacity in crushable sands // Geotechnique. 1995. Vol. 45. Issue 4. Pp. 663–676. DOI: 10.1680/geot.1995.45.4.663.
14. *Mashhour I., Hanna A.* Drag load on end-bearing piles in collapsible soil due to inundation // Canadian Geotechnical Journal. 2016. Vol. 53. Issue 12. Pp. 2030–2038. DOI: 10.1139/cgj-2015-0548.
15. *Kamash W.E., Nagggar H.E.* Numerical Study on Buckling of End-Bearing Piles in Soft Soil Subjected to Axial Loads // Geotechnical and Geological Engineering. 2018. Vol. 36. Issue 5. Pp. 3183–3201. DOI: 10.1007/s10706-018-0529-4.
16. *Zheng C., Ding X., Li P., Fu Q.* Vertical impedance of an end-bearing pile in viscoelastic soil // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2014. Vol. 39. Issue 6. Pp. 676–684. DOI: 10.1002/nag.2324.
17. *Dubois D., Prade H.* Possibility Theory. New York : Plenum Press, 1988. 263 p. DOI: 10.1007/978-1-4684-5287-7.
18. Способ измерения и мониторинга давления на бетонные и кирпичные несущие стены и фундаменты зданий и сооружений на заданном уровне на стадии их эксплуатации : пат. 2582495 РФ, МПК G01L1/18. В.С. Уткин, Д.А. Тропина, Н.В. Горева; патентообладатель Вологодский государственный университет. Оpubл. 27.04.2016. Бюл. № 12.
19. *Terzaghi K., Peck R.B., Mesri G.* Soil mechanics in engineering practice. Wiley-Interscience, 1996. 592 p.
20. *Землянский А.А.* Обследование и испытание зданий и сооружений. М. : Изд-во АСВ, 2004. 245 с.
21. *Уткин В.С., Соловьев С.А., Каберова А.А.* Значение уровня среза (риска) при расчете надежности несущих элементов возможным методом // Строительная механика и расчет сооружений. 2015. № 6 (263). С. 63–67.
22. *Augusti G., Baratta A., Casciati F.* Probabilistic Methods in Structural Engineering. New York : Chapman and Hall, 1984. 583 p. DOI: 10.4324/9780203215449.
23. *Гуров С.В., Уткин Л.В.* Надежность систем при неполной информации. СПб. : Любавич, 1999. 160 с.

Поступила в редакцию 23 июня 2018 г.

Принята в доработанном виде 20 июля 2018 г.

Одобрена для публикации 20 августа 2018 г.

О Б АВТОРЕ: Уткин Владимир Сергеевич — доктор технических наук, профессор кафедры промышленного и гражданского строительства, Вологодский государственный университет (ВоГУ), 160000, г. Вологда, ул. Ленина, д. 15, utkinvogtu@mail.ru.

## INTRODUCTION

In 2009, the Federal Law No. 384-FZ of the Russian Federation “Technical Regulations on the Safety of Buildings and Structures” came into force, according to which mechanical safety requirements are imposed on buildings and structures, i.e. in the process of operation, there should be no threat and destruction of the whole building, structure or parts thereof. The building parts include all load-bearing elements, including foundation foundations. A particular kind of foundations of foundations are pile foundations, the safety of which is characterized by the reliability of piles. According to the Interstate Standard GOST 27.002-2015 “Reliability in technology. Terms and definitions”, introduced from 01.03.2017, the term “reliability” means the property of an object to retain in time the ability to perform the required functions in specified modes and conditions of application, maintenance, storage and transportation. The need to calculate the reliability of piles foundations foundations is due to the Interstate Standard GOST 27751-2014 “Reliability of building structures and foundations”.

A building or structure in terms of reliability theory is represented by complex mechanical systems consisting of separate elements with different ways of connecting them. To calculate the reliability of the system, information on the reliability of each carrier element of the system is necessary. One of the bearing elements of the building is a pile foundation. Calculation of the reliability of the piling foundation is necessary to quantify the level of reliability (operational safety) of the foundation itself and to determine the reliability of the entire building. According to SP 24.13330.2011 “Pile foundation” pile-rack is calculated by the bearing capacity (strength) of the pile material and the load-bearing capacity (strength) of the bottom soil under its lower end. In accordance with this, a single pile-pillar at the base of the foundation also represents a conditional mechanical system, the elements of which are the bearing capacity of the ground base and the bearing capacity of the pile material. The development of a method for calculating the reliability of such a system at the design stage and at the stage of operation of buildings and structures presents a scientific problem and is of practical importance.

For calculating the reliability of the pile rack, each criterion of its operability requires a mathematical model of the criterion (limit state), which is formed from the pile design calculation scheme in the base soil; distribution function of random (controlled) values of the math-

ematical model; statistical information on controlled parameters (random variables), on the dependence (independence) of random variables. In accordance with SP 24.13330.2011, the calculation scheme of the pile-rack operation in the soil of the basement foundation is shown in Fig. 1.

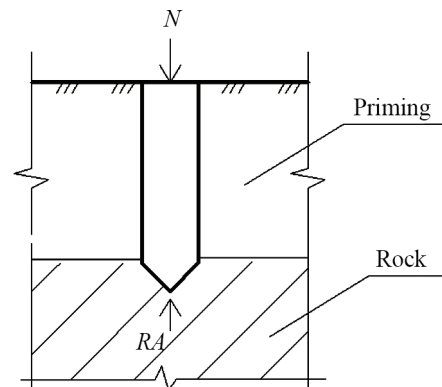


Fig. 1. The calculation scheme of the pile-rack in the foundation soil

The calculation scheme of the pile includes  $N$  — load on the pile,  $R$  — the calculation resistance of the foundation soil,  $F_d = RA$  — the bearing capacity of the pile on the foundation soil,  $A$  — cross-sectional area of the pile. According to SP 24.13330.2011, a mathematical model of the limit state of a pile-rack according to the bearing capacity of the soil of the base is represented by the condition:

$$N \leq RA. \quad (1)$$

According to the bearing capacity of the pile material, we have:

$$N \leq R_A A, \quad (2)$$

where  $R_A$  — calculated resistance of pile material.

All parameters in formulas (1) and (2) are presented in deterministic form, and in fact they are obtained from the results of measurements. In accordance with the basic postulate of metrology, any result in measurements is a random number. The result of multiple measurement of the value is described by methods of mathematical statistics and probability theory [1]. Such a value is called random. Therefore  $N$ ,  $R$  and  $R_c$  should be presented in the form of random variables, and the cross-sectional area  $A$  of the pile is assumed to be deterministic, since the variability of the measurement results is small. Then formulas (1) and (2) can be written in the form:

$$N \leq \tilde{\sigma}_{r,np} A, \text{ и } \tilde{N} \leq \tilde{\sigma}_{c,np} A, \quad (3)$$

where  $\tilde{\sigma}_{r,np}$  — the ultimate stress of the soil under the lower end of the pile (random value);  $\tilde{\sigma}_{c,np}$  — ultimate stress for pile material under compression.

According to the Interstate Standard GOST 27751-2014 “Reliability of Building Constructions and Bases”, it is recommended to use probability-statistical methods for reliability calculations if statistical information on random variables is sufficient in terms of mathematical statistics [1, 2]. However, as a rule, it is not possible to obtain complete statistical information on controlled parameters in mathematical models of limiting states for an individual building. In this case, the application of probabilistic methods in reliability calculations will be incorrect, and other methods, although less informative, are used. For example, a method based on the theory of possibilities [3–4], according to which the reliability calculation result [4–7] is represented as a range of reliability values (more cautiously), for example [0,7; 0,9], where 0,7 is the smallest possible reliability value, and 0,9 is the largest possible. Below, in calculating the reliability of the pile-rack, an opportunity method will be used [4–7], since for a single pile-rack it is impossible to obtain complete statistical information on all controlled parameters.

## LITERATURE REVIEW

In the set of rules SP 24.13330.2011 “Pile foundations” the work of the pile-rack is represented by a rod with a longitudinal compressive force  $N$ , which is balanced by the reaction from the ground of the base at the lower end of the pile without allowance for frictional forces — adhesion on the side surface of the pile. The design scheme of the pile-rack in the soil of the base is shown in Fig. 1.

Calculation of the pile-rack according to the bearing capacity of the base soil and the strength of the material in deterministic form is given in [8]. Calculation of the reliability of the reinforced concrete pile according to the load-bearing capacity of the pile material and base soil by the possible method was considered in the study [9]. In [7], an example of calculation of the reliability of the strength of a reinforced concrete column material with compression by a possible method, which is close to work on piles, is given. In the publication [10] the problem of an estimation of reliability of pile-racks on strength of a soil of the basis with use of results of tests by its cone with the piezometer is considered. The method for calculating the load-bearing capacity of pile-racks based on the generalized non-linear strength criterion, taking into account the coefficient of penetration of the lower end of the pile, is described in the work [11]. In work [12] the influence of the rigidity of the foundation soils on which the pile-pillars rest on their bearing capacity was taken into account. The article [13] shows the effect on the load-bearing capacity

of piles of sandy soils under the lower end of the pile. The authors of the publication [14] studied the problem of the load-bearing capacity of piles on subsidence grounds during a flood. Studies of the work of piles in the ground are also devoted to publications [15–16].

In all the examples of calculations of pile-racks for the bearing capacity and reliability, the influence of the foundation soil above the rock underneath the lower end of the pile in accordance with SP 24.13330.2011 and other documents is not taken into account.

## MATERIALS AND METHODS

We will consider methods for calculating the reliability of pile-racks according to the bearing capacity of the foundation soil and the pile material according to the calculated mathematical models (3) with the notations  $\tilde{N} = X$ ,  $\tilde{\sigma}_{c,np} A = Y$  adopted in the theory of possibilities [17]. The design scheme of the pile-rack in the soil of the base is shown in Fig. 1. The meaning of the random variables  $X$  and  $Y$ , called in the theory of possibilities [17] by fuzzy variables, is found by measuring them. So the load  $\tilde{N} = X$  on the pile at the design stage is revealed by the load cell dynamometer readings under repeated loads of the test pile with the force  $N$ , equal to the calculated value. At the stage of operation of the working pile, the value of the load  $N$  can be determined by the method described in the patent for the invention [18]. The limiting compressive stress of the ground base  $\tilde{\sigma}_{r,np}$  can be determined by GOST 12374-66 by dynamic or static pile tests. The resistance of the soil  $\tilde{\sigma}_{r,np}$  under the lower end of the pile is also determined by the formula  $\tilde{\sigma}_{r,np} = 0,5 q$ , where  $q$  is the value of the soil resistance to penetration of the tip of the probe (SNIП-B.5-67). For  $q < 5$  MPa, the soil layer can not be accepted by the carrier for the pile-rack. The methods of measuring and determining the stresses in the soil can be found in [19]. The value  $\sigma_{r,np}$  under the lower end of the pile according to SP 24.13330.2011 can be determined using a reference pile or non-destructive methods [20].

Calculation of the reliability of the pile-rack according to the carrying capacity of the soil of the base according to the computational model  $X \leq Y$  with limited statistical information about  $X$  and  $Y$  can be carried out using the theory of possibilities [17]. Fuzzy variables will be characterized by [4] by the distribution functions of the form:

$$\pi_x(x) = \exp \left[ - \left( \frac{x - a_x}{b_x} \right)^2 \right], \quad (4)$$

where  $a_x = 0,5(X_{\max} + X_{\min})$  — «average value»;

$b_x = 0,5(X_{\max} - X_{\min}) / \sqrt{-\ln \alpha}$ ;  $\alpha$  — the level of cut (risk), which, according to [21], is specified from the interval [0; 1].



Figure 2 shows the form of the function  $\pi_X(x)$  in the form of two graphs, within which there can be a set of possible (unknown) distribution functions to describe the fuzzy variable  $X$ .

Imagine that  $X$  is a fuzzy strength variable. Let us find the value of the security of strength  $X = x_1$ , as shown in Fig. 2. By [17], for the value  $X = x_1$  we have  $a_x > x_1$  (see Fig. 2). In this case, the possibility of providing strength, for example concrete, is characterized by an interval  $[N; R]$  or in probabilistic notation  $[\underline{P}, \bar{P}]$ , where  $N$  — the need for trouble-free operation;  $R$  — possibility of trouble-free operation;  $\underline{P}, \bar{P}$  — the lower and upper limits of the probability of failure-free operation.

**RESULTS OF THE STUDY**

For the model (3)  $X \leq Y$  the graphical solution can be represented by Fig. 3 for two fuzzy variables.

When  $a_x \leq a_y$ , we have  $R = 1$ . The value of  $Q$  (the possibility of failure) is found from  $\pi_X(x)$  for  $x^*$ , whose values are found out at the intersection point of the

$$\text{functions } \pi_X(x) \text{ and } \pi_Y(y) \text{ or from } \left| \frac{x - a_x}{b_x} \right| = \left| \frac{y - a_y}{b_y} \right|$$

for  $x = y = x^*$ . From all the roots of the equation we choose such value of  $x^*$ , that satisfies the condition  $a_x \leq x^* \leq a_y$  (see Fig. 3).

This is the solution for calculating the reliability by the model (3) in a graphical form. In the analytical form, the calculation is carried out according to the formulas:

$$\text{find } Q = \pi_X(x) \text{ for } x = x^* \text{ or } Q = \exp \left[ - \left( \frac{x^* - a_x}{b_x} \right)^2 \right].$$

Hence  $N = 1 - Q$  (see Figure 3) and for  $a_x < a_y$ , we have  $R = 1$ . The reliability interval of the pile-rack according to the carrying capacity of the soil according to the model (3) will be  $[N; R]$  or  $[\underline{P}; \bar{P}]$ .

As noted above, the pile-rack in terms of reliability theory is a conditional mechanical system with a sequential combination of “elements”. “Elements” are conditionally the bearing capacity of the foundation soil and the strength of the pile material.

Consider the calculation of the reliability of reinforced concrete piles by the criterion for the strength of the pile material according to the mathematical model of the limiting state of the form:

$$\tilde{N} \leq \tilde{\varepsilon}_{b, \text{нр}} E_b A_b + \tilde{\varepsilon}_{s, \text{нр}} E_s A_s, \tag{5}$$

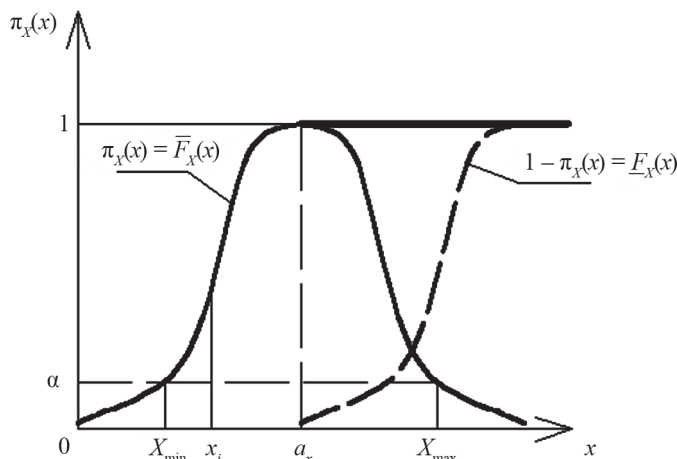


Fig. 2. Feature distribution function  $\pi_X(x)$  and its boundaries:  $\underline{F}_X(x)$ ;  $\bar{F}_X(x)$  the lower and upper boundaries of the distribution function of the fuzzy variable  $X$

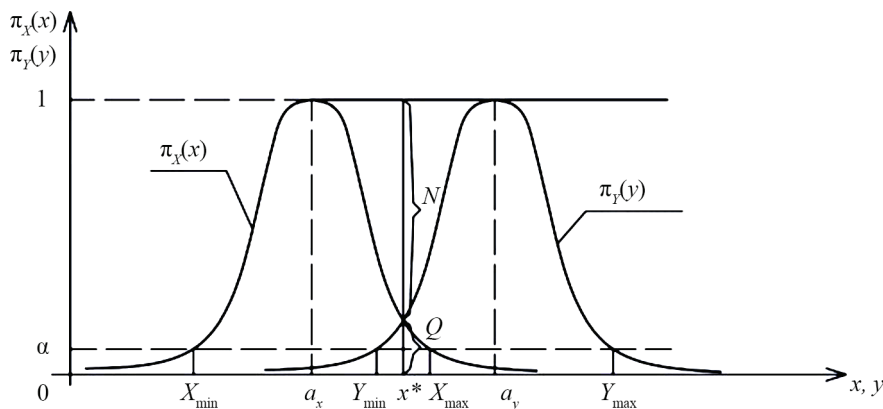


Fig. 3. Graphical representation of the solution of the condition  $X \leq Y$

when the limiting value of the relative deformation of concrete is less than the limiting deformation of the reinforcement  $\varepsilon_{b,np} < \varepsilon_{s,np}$  and taking into account the hypothesis of plane sections, as described in [9]. Or by condition:

$$\tilde{N} \leq \tilde{\varepsilon}_{s,np} E_b A_b + \tilde{\varepsilon}_{s,np} E_s A_s, \quad (5)$$

at  $\varepsilon_{b,np} > \varepsilon_{s,np}$ .

A detailed justification for this approach to the mathematical model of the limiting state can be found in [9].

As the limiting deformation (random variable) for steel reinforcement, its average value  $\varepsilon_{s,np} = 0,002$  is used, which corresponds to the yield strength of steel. For concrete with prolonged loading according to SP 63.13330.2012 —  $\varepsilon_{b,np} = 0,0034$ . The values of the relative deformations of concrete and reinforcement are determined by testing the samples from concrete and reinforcement at the operational stage by non-destructive methods. The measurement results are random variables. We will consider them as fuzzy variables and use in the reliability calculations the theory of fuzzy sets [17]. Modules of elasticity of concrete  $E_b$  and of reinforcement  $E_s$  are taken as deterministic values. In scientific work [22] it was noted that in the steel armature for  $E_s$  коэффициент вариации близок к 0.04, the coefficient of variation is close to 0.04, which makes it impossible to take into account its variability and consider  $E_s$  as the deterministic value.

Consider the calculation of the reliability of the pile-rack according to the calculation model (5). We represent (5) in the form:

$$\tilde{N} \leq \tilde{\varepsilon}_{s,np} (E_b A_b + E_s A_s). \quad (6)$$

Denote  $\tilde{N} = X$  and  $\tilde{\varepsilon}_{s,np} (E_b A_b + E_s A_s) = Y$ . Then (6) takes the form  $X \leq Y$ . The algorithm for calculating the reliability of the pile according to (6) will be the same as for the criterion of the bearing capacity of the foun-

dition soil. Detailed information on this is presented in the article [9].

As a result of both calculations (in the sequential system), we will have two reliability values in the interval form  $[N_1; R_1]$  and  $[N_2; R_2]$  or  $[\underline{P}_1; \bar{P}_1]$  and  $[\underline{P}_2; \bar{P}_2]$ . According to the theory of possibilities for a sequential system of several independent elements, the final value of the reliability of the system is characterized by an interval whose values according [23] are determined from the reliability intervals of the “elements” in the form:

$$\begin{cases} \underline{P} = \max \left\{ 0, \sum_{i=1}^n \underline{P}_i - (n-1) \right\}, \\ \bar{P} = \min \bar{P}_i \end{cases}$$

where  $n$  — number of values of  $\underline{P}_i$  or of intervals. In calculating the reliability of the pile-rack.

## CONCLUSIONS

1. Calculation of the reliability of the pile rack is based on the test results of the test piles according to the criteria for the bearing capacity of the foundation soil under the lower end of the pile and the strength criterion of the pile material.

2. Since the amount of statistical information on the monitored parameters in each mathematical model of the limiting state is limited, as a result of the calculation, reliability intervals with upper and lower values are obtained.

3. The work can be used in the design calculations of piles of pile foundations, as well as at the stage of their operation, using test piles.

4. The results of the work can be included in the normative documentation on pile foundations and in the educational process of universities in construction specialties.

## REFERENCES

1. Biagini F., Campanino M. *Elements of probability and statistics*. Springer, Cham. 2016. 246 p. DOI: 10.1007/978-3-319-07254-8.
2. Belyayev Yu.K., Bogatyrev V.A., Bolotin V.V. et al. *Nadezhnost' tekhnicheskikh sistem: spravochnik* [Reliability of technical systems: handbook]. Moscow, Radio i svyaz publ., 1985. 608 p. (In Russian)
3. Utkin L.V. *Analiz riska i primery resheniy pri nepolnoy informatsii: monografiya* [Risk analysis and decision making with limited information: monograph]. Saint-Petersburg, Nauka publ., 2007. 404 p. (In Russian)
4. Utkin V.S., Utkin L.V. *Raschet nadezhnosti gruntovykh osnovaniy i fundamentov mashin pri*

*ogranichennoy informatsii na stadii ekspluatatsii* [Reliability analysis of machines soil bases and foundations with limited information at the operation stage]. Vologda, VoGU, 2013. 135 p. (In Russian)

5. Kaufman B.D. *Otsenka nadezhnosti gidrotekhnicheskikh sooruzheniy pri dinamicheskikh vozdeystviyakh v usloviyakh nepolnoty iskhodnoy informatsii: avtoref. diss. ... dok. tekhn. nauk* [Reliability assessment of hydraulic structures under dynamic effects in conditions of incomplete initial information: abstract of the thesis ... Doctor of Technical Sciences]. Saint-Petersburg, 2015. 35 p. (In Russian)

6. Chen W., Wang X., Liu M., Zhu Y., Deng S. Probabilistic Risk Assessment of RCC Dam Consider-

ing Grey-Stochastic-Fuzzy Uncertainty. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2018. DOI: 10.1007/s12205-018-0765-4.

7. Utkin V.S., Solov'ev S.A., Beloglazov A.D. Raschet nadezhnosti (bezopasnosti ekspluatatsii) zhelezobetonnoy kolonny [The reliability calculation of reinforced concrete column]. *Seysmostoykoe stroitel'stvo. Bezopasnost' sooruzheniy* [Earthquake engineering. Safety of facilities]. 2016, no. 4, pp. 50–55. (In Russian)

8. Metelyuk N.S., Shishko G.F., Solov'yeva A.B., Gruzintsev V.V. *Svai i svaynyye fundamenty* [Piles and piles foundation]. Kiev, Budivel'nik, 1977. 256 p. (In Russian)

9. Utkin V.S. Raschet nadezhnosti visyachikh zhelezobetonnykh svay v grunte osnovaniya [Reliability analysis of reinforced concrete friction piles in soil base]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural Mechanics and Analysis of Constructions]. 2018, issue 1 (276), pp. 31–36. (In Russian)

10. Ivanova T.V., Albert I.U., Kaufman B.D., Shulman S.G. The load-bearing capacity of hanging piles by the strength criterion of a pile or soil material. *Magazine of Civil Engineering*. 2017, vol. 67, issue 7, pp. 3–12. DOI: 10.5862/mce.67.1.

11. Zhang M., Wang X., Wang Y. Ultimate end bearing capacity of rock-socketed pile based on generalized nonlinear unified strength criterion. *Journal of Central South University of Technology*. 2011, vol. 18, issue 1, pp. 208–215. DOI: 10.1007/s11771-011-0681-y.

12. Padron L.A., Aznárez J.J., Maeso O., Saitoh M. Impedance functions of end-bearing inclined piles. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. 2012, vol. 38, pp. 97–108. DOI: 10.1016/j.soildyn.2012.01.010.

13. Yasufuku N., Hyde A.F.L. Pile end-bearing capacity in crushable sands. *Geotechnique*. 1995, vol. 45, issue 4, pp. 663–676. DOI: 10.1680/geot.1995.45.4.663.

14. Mashhour I., Hanna A. Drag load on end-bearing piles in collapsible soil due to inundation. *Canadian Geotechnical Journal*. 2016, vol. 53, issue 12, pp. 2030–2038. DOI: 10.1139/cgj-2015-0548.

15. Kamash W.E., Naggar H.E. Numerical Study on Buckling of End-Bearing Piles in Soft Soil Subject-

ed to Axial Loads. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2018, vol. 36, issue 5, pp. 3183–3201. DOI: 10.1007/s10706-018-0529-4.

16. Zheng C., Ding X., Li P., Fu Q. Vertical impedance of an end-bearing pile in viscoelastic soil. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. 2014, vol. 39, issue 6, pp. 676–684. DOI: 10.1002/nag.2324.

17. Dubois D., Prade H. *Possibility Theory*. New York, Plenum Press, 1988. 263 p. DOI: 10.1007/978-1-4684-5287-7.

18. Utkin V.S., Tropina D.A., Goreva N.V. *Sposob izmereniya i monitoringa davleniya na betonnye i kirpichnye nesushchie steny i fundamenty zdaniy i sooruzheniy na zadannom urovne na stadii ikh ekspluatatsii* : pat. 2582495 RF MPK G01L1/18 [Method of measuring and monitoring stress on concrete and brick walls and foundations of buildings and structures at a given level at the operation stage]. Patentholder Vologda State University. Publ. 27.04.2016. Bulletin no. 12. (In Russian)

19. Terzaghi K., Peck R.B., Mesri G. *Soil mechanics in engineering practice*. Wiley-Interscience, 1996. 592 p.

20. Zemlyanskiy A.A. *Obsledovanie i ispytanie zdaniy i sooruzheniy* [Inspection and testing of buildings and structures]. Moscow, ASV publ., 2004. 245 p. (In Russian)

21. Utkin V.S., Solov'yev S.A., Kaberova A.A. Znachenie urovnya sreza (riska) pri raschete nadezhnosti nesushchikh elementov vozmozhnostnym metodom [The value of the cutoff level (risk) in the calculation of the reliability of load-bearing elements by the possibility method]. *Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy* [Structural mechanics and analysis of constructions]. 2015, issue 6 (263), pp. 63–67. (In Russian)

22. Augusti G., Baratta A., Casciati F. *Probabilistic Methods in Structural Engineering*. New York, Chapman and Hall, 1984. 583 p. DOI: 10.4324/9780203215449.

23. Gurov S.V., Utkin L.V. *Nadezhnost' sistem pri nepolnoy informatsii* [Reliability of systems with limited information]. Saint-Petersburg, Lyubavich publ. 1999. 160 p. (In Russian)

Received June 23, 2018.

Adopted in final form on July 20, 2018.

Approved for publication on August 20, 2018.

ABOUT THE AUTHOR: **Vladimir S. Utkin** — Doctor of Technical Sciences, Professor of Civil Engineering Department, **Vologda State University (VSU)**, 15 Lenin st., Vologda, 160000, Russian Federation, utkinvogtu@mail.ru.