

Исследование деревянных балок, усиленных внешним армированием на основе металлозубчатых пластин

Владимир Иванович Римшин¹, Егор Вячеславович Попов²,
Иван Александрович Дурягин², Анна Евгеньевна Керн³,
Елизавета Сергеевна Макарова³

¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет
(НИУ МГСУ); г. Москва, Россия;

² Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова (САФУ);
г. Архангельск, Россия;

³ Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин);
г. Новосибирск, Россия

АННОТАЦИЯ

Введение. Рассматривается проблема повышения несущей способности и жесткости деревянных изгибаемых элементов. Актуальность работы обусловлена необходимостью разработки эффективных методов усиления, учитывающих анизотропию древесины и податливость соединений. Цель исследования — совершенствование конструкции усиления деревянных балок с использованием металлозубчатых пластин (МЗП) в качестве внешнего армирования и разработка методики их расчета с учетом совместной работы элементов.

Материалы и методы. На основе теории расчета составных стержней А.Р. Ржаницына разработана методика расчета балок, усиленных МЗП на части пролета. Учтена податливость соединений на границе «балка – пластина». Проведен численный анализ для оценки влияния типа МЗП (GNA-20 и Т-150), длины участка усиления и величины предварительного напряжения на напряженно-деформированное состояние конструкции.

Результаты. Установлено, что усиление растянутой зоны балки МЗП позволяет снизить нормальные растягивающие напряжения на 12,3–59,6 %, сжимающие — на 6,2–30 % в зависимости от типа пластины и уровня предварительного напряжения. Максимальный прогиб балки уменьшается на 1,7–27,5 %. Наибольшая эффективность достигнута при использовании пластин GNA-20 с предварительным напряжением.

Выводы. Предложена новая конструкция усиления и методика ее расчета. Доказана эффективность применения МЗП для повышения прочности и жесткости деревянных балок. Рекомендовано использование пластин типа GNA-20 и разработка новых типов МЗП с улучшенными характеристиками для более полного включения в работу конструкции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: изгибаемые элементы, деревянные балки, гвоздевые пластины, прочность, жесткость, податливость, внешнее армирование

ДЛЯ ЦИТИРОВАНИЯ: Римшин В.И., Попов Е.В., Дурягин И.А., Керн А.Е., Макарова Е.С. Исследование деревянных балок, усиленных внешним армированием на основе металлозубчатых пластин // Строительство: наука и образование. 2026. Т. 16. Вып. 1. Ст. 6. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2026.1.6

Автор, ответственный за переписку: Иван Александрович Дурягин, duryagin1995@yandex.ru.

Investigation of wooden beams with external reinforcement based on metal toothed plates

Vladimir I. Rimshin¹, Egor V. Popov², Ivan A. Duryagin², Anna E. Kern³,
Elizaveta S. Makarova³

¹ Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU);
Moscow, Russian Federation;

² Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov (NArFU);
Arkhangelsk, Russian Federation;

³ Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin); Novosibirsk, Russian Federation

ABSTRACT

Introduction. The problem of increasing the bearing capacity and stiffness of wooden bending elements is considered. The relevance of the work is due to the need to develop effective reinforcement methods that take into account the anisotropy of wood and the compliance of joints. The aim of the study is to improve the design of strengthening wooden beams

using metal toothed plates (MTP) as external reinforcement and to develop a methodology for their calculation, taking into account the joint work of the elements.

Materials and methods. Based on the theory of composite rods by A.R. Rzhnitsyn, a method for calculating beams reinforced with MTP on a part of the span was developed. The compliance of the connections at the “beam – plate” interface was taken into account. A numerical analysis was carried out to assess the influence of the MTP type (GNA-20 and T-150), the length of the reinforced section and the value of the preliminary stress on the stress-strain state of the structure.

Results. It was found that strengthening the stretched zone of the beam with MTP can reduce normal tensile stresses by 12.3–59.6 %, and compressive stresses by 6.2–30 %, depending on the type of plate and the level of prestress. The maximum beam deflection is reduced by 1.7–27.5 %. The greatest efficiency was achieved when using GNA-20 plates with prestressing

Conclusions. A new reinforcement design and its calculation methodology are proposed. The effectiveness of using MTP to increase the strength and stiffness of wooden beams is proved. The use of GNA-20 type plates and the development of new types of MTP with improved characteristics for more complete inclusion in the work of the structure are recommended

KEYWORDS: flexural elements, wooden beams, nail plates, strength, stiffness, compliance, external reinforcement

FOR CITATION: Rimshin V.I., Popov E.V., Duryagin I.A., Kern A.E., Makarova E.S. Investigation of wooden beams with external reinforcement based on metal toothed plates. *Construction: Science and Education*. 2026; 16(1):6. URL: <http://nso-journal.ru>. DOI: 10.22227/2305-5502.2026.1.6

Corresponding author: Ivan A. Duryagin, duryagin1995@yandex.ru.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из способов увеличения прочностных характеристик клееных деревянных конструкций является армирование [1]. Усиление древесины арматурой уменьшает влияние естественных пороков, существенно увеличивает несущую способность и жесткость конструкций [2] при снижении их массы и стоимости. Рассмотрим известные работы.

К. Кула и Т. Соча [3], анализируя работу деревянных балок, армированных клееной углепластиковой лентой, определили, что происходит уменьшение начального прогиба балок. А.В. Крицыным [4] производился анализ методов расчета деревянных балок, усиленных углеродным волокном. Усиление деревянных балок на действие касательных напряжений осуществляется путем приклеивания углеволокон на боковую грань элемента под углом к волокнам по направлению площадок главных растягивающих напряжений. О.М. Устарханов [5] исследовал напряженно-деформированное состояние (НДС) дощатоклееных балок при установке стеклопластиковой арматуры. Он выявил, что в растянутой зоне армирование целесообразно выполнять не прямолинейно по всей длине балки, а только в пролете. В опорных зонах отгибается композитная арматура под углом к волокнам древесины (продольной оси конструкции). В верхней сжатой зоне композитная арматура может укладываться в паз параллельно верхней грани. А.А. Пятницким [6] доказана рациональность размещения полосы из высокопрочного материала между ламелями балки, что приводит к значительному увеличению несущей способности конструкции. В статье [7] Н.Е. Петряевым и Ю.Б. Левинским рассмотрено положительное и отрицательное влияние армирования клееных деревянных балок с помощью вклеивания металлических стержней в наиболее напряженные зоны клеевых конструкций. Установлено, что внутренние напряжения внутри клееного слоя снижаются при воздействии метода рассечения сплошного клееного слоя тонковолокнистыми и сетчатыми материалами. Эти материалы, кроме указанного назначения, обеспечивают армирование

конструкции, повышая ее предельные сопротивления механическим нагрузкам. М. Корради и соавт. [8], рассматривая традиционные техники армирования, предложили вариант усиления с применением дополнительного слоя досок: стропила и первый слой досок соединяются с помощью четырех гвоздей на доску, т.е. два на каждом конце; основные и укрепляющие доски соединяются шестью гвоздями, два на каждом конце и два в середине. В работе [9] Ф. Рескальво представлено краткое описание схем армирования деревянных балок полимерными волокнами. Б.В. Лабудиним и А.В. Карельским [10, 11] приведены результаты испытаний на изгиб деревянных составных балок, соединенных металлическими зубчатыми пластинами [12, 13]. Наиболее распространенные повреждения клееных деревянных балок — это продольные трещины в клеевых швах. Появление таких трещин ослабляет сечение балок и при дальнейшем развитии трещин вызывает их разрушение. Запрессовав металлозубчатые пластины (МЗП) в зону с трещиной и в зону возможного развития трещины, можно восстановить несущую способность сечения. Схемы балок с различными вариантами армирования показаны на рис. 1, 2.

Особенность древесины заключается в ее резко выраженных анизотропных свойствах [14, 15], а также в податливости соединений [16–19]. Многие исследователи пренебрегают учетом этих факторов при расчете деревянных и деревоклееных конструкций, что приводит к серьезным погрешностям в оценке НДС [20].

Цель исследования — совершенствование конструкции усиления деревянных и деревокомпозитных балок путем использования МЗП в качестве внешнего армирования и разработка методики расчета таких конструкций.

Для выполнения этой цели необходимо на основе теории составных стержней А.Р. Ржаницына [21] разработать методику расчета балок из цельной и клееной древесины, усиленных внешним армированием на базе МЗП, в которой учитывается податливость на границе «балка – МЗП» [22, 23]. При

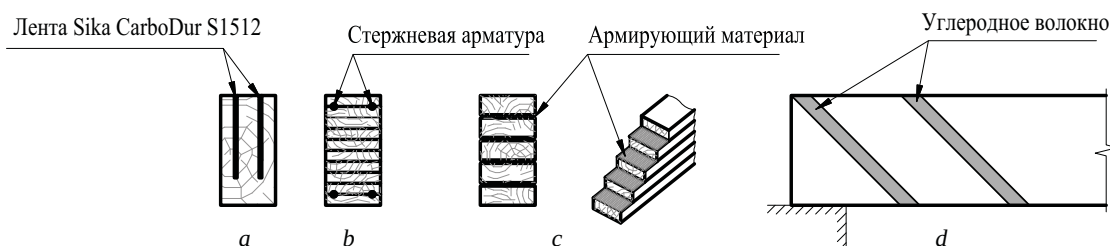


Рис. 1. Варианты армирования деревянных балок: *a* — углепластиковой лентой Sika CarboDur S1512; *b* — стержневой или композитной арматурой, запрессовываемой между ламелями клееной балки; *c* — углеволоконным армированием между ламелями клееной балки; *d* — усиление приопорных зон балки углеволокном

создании терминологического аппарата исследования применялись положения современного строительного словаря [24].

С целью проверки теории выполнен численный анализ балок, армированных МЗП двух видов в зависимости от типа и длины МЗП, определены значения продольной силы предварительного напряжения пластины — основы МЗП и даны рекомендации по конструированию и расчету балок с податливостью механических связей МЗП. Вышесказанное делает работу актуальной [25].

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Расчетная схема балки представлена на рис. 3. Пролет балки делится на 3 зоны, средняя зона — усиленный участок. В случае, когда усиление производится по всей длине пролета, длина крайних зон принимается равной нулю. В математической модели используются следующие обозначения величин: l_1, l_3 — длина неусиленных зон балки; l_2 — длина зоны расположения элемента усиления; Σl — полный расчетный пролет.

Среднюю зону усиленного элемента, рассматриваемого как составного (композитного) с податливыми связями сдвига, можно воспринимать как составной стержень на упругодеформируемых продольных связях и бесконечно жестких поперечных связях (так как кроме веса усиливающей пластины другие «отслаивающие» нагрузки отсутствуют).

Коэффициент жесткости связей сдвига, приведенный к погонному значению, определяется по формуле:

$$\xi = c_{св} / S_{св}, \quad (1)$$

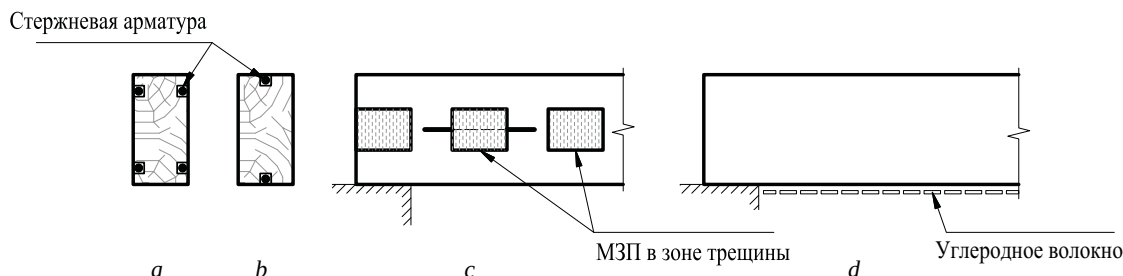


Рис. 2. Варианты армирования деревянных балок: *a, b* — стержневой или композитной арматурой, вклеиваемой в пазы; *c* — установка МЗП для ограничения развития трещин; *d* — усиление растянутой зоны балки углеволоконной лентой

где $c_{св}$ — коэффициент жесткости одной связи, рассматриваемой как дискретная; $S_{св}$ — расстояние между соседними дискретными связями на участке усиления (расстояние между зубьями усиливающей пластины по горизонтали).

Расчет схемы производится методом сил, за искомые неизвестные принимаются усилия в связях сдвига. Согласно классической теории составных стержней А.Р. Ржаницына [21], принимается следующее разрешающее уравнение, описывающее распределение касательных усилий на границе сплачивания для продольного шва:

$$T''(z)/\xi = \delta_{11} \cdot T(z) + \Delta_{10}(z), \quad (2)$$

где δ_{11} и Δ_{10} — коэффициент при неизвестной и грузовой член уравнения метода сил, определяемые по формулам (3) и (4); T — искомое неизвестное (сумма усилий сдвига на рассматриваемом участке составного элемента).

$$\delta_{11} = \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} + \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right)^2 / \Sigma EJ; \quad (3)$$

$$\Delta_{10} = \frac{N_2^0}{E_2 F_2} - \left[M_0(z) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \right] / \Sigma EI, \quad (4)$$

где E_1, F_1 — модуль Юнга первого рода и площадь поперечного сечения усиливаемого элемента; E_2, F_2 — модуль Юнга первого рода и площадь поперечного сечения элемента усиления (площадь сечения для перфорированной пластины — площадь нетто); $\Sigma EJ = E_1 J_1 + E_2 J_2$ — полная изгибная жесткость композитного стержня в основной системе (в случае, когда элемент усиления не доходит до опор, следует положить $J_2 = 0$); N_2^0 — нормальная сила, возникающая в элементе усиления в результате нагрева;

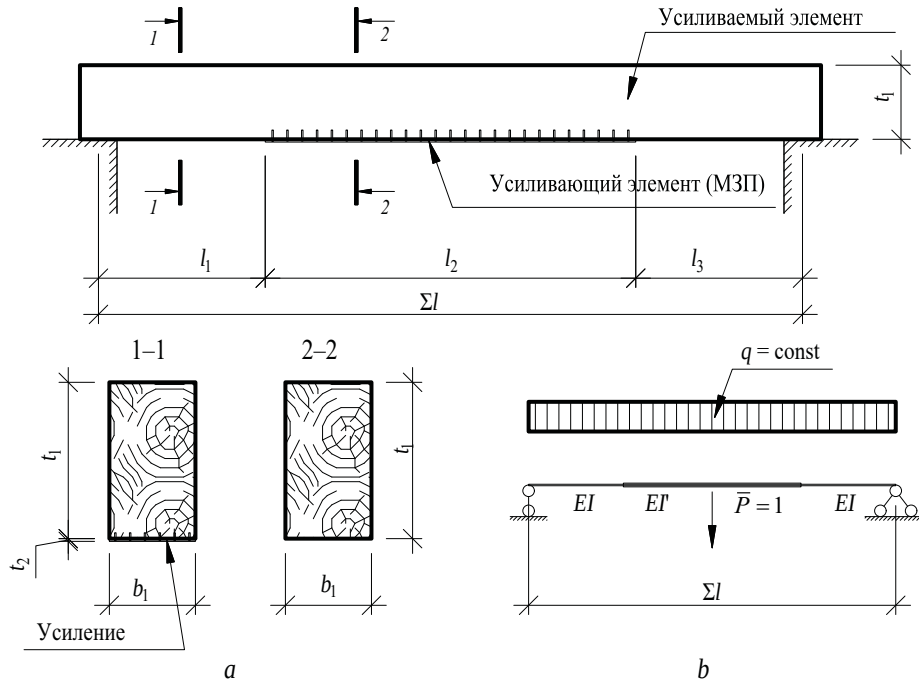


Рис. 3. Схема усиленного изгибаемого элемента и принятые обозначения математической модели

$M_0(z)$ — функция изгибающего момента от внешней нагрузки в основной системе метода сил, определяемая по общим правилам строительной механики:

$$M_0(z) = \begin{cases} V^0_1(z) - 0, & z < 0 \\ V^0_1(z) - V^0_2(z), & z > 0 \end{cases} \quad (5)$$

где V^0_1 — опорная реакция, возникающая на левой опоре элемента в грузовом состоянии в основной системе метода сил.

Схема НДС фрагмента составного элемента длиной dz приведена на рис. 4.

Решение уравнения (2) состоит из общего и частного решения. Для записи частного решения воспользуемся функцией Грина [26]:

$$T(z) = A_1 \cdot sh(\lambda z) + A_2 \cdot ch(\lambda z) + \frac{\xi}{\lambda} \times \int_0^z \left(\frac{N_2^0}{E_2 \cdot F_2} - \frac{M^0(\bar{z})}{\Sigma EI} \right) \sin[\lambda(z - \bar{z})] d\bar{z}, \quad (6)$$

где $\bar{z}$ — вспомогательная координата, по которой выполняется интегрирование функции частного решения дифференциального уравнения (2).

В развернутой форме функция-решение (6) будет иметь вид:

$$T(z) = A_1 \cdot sh(\lambda z) + A_2 \cdot ch(\lambda z) + \left[\frac{\left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \cdot q \cdot (ch(\lambda z) - 1)}{\lambda^3 \Sigma EJ} + \frac{\xi}{\lambda} + \frac{l_1 \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \cdot q \cdot (ch(\lambda z) - 1) \cdot (a - \Sigma l)}{2 \lambda \Sigma EJ} - \frac{c q z (z - l)}{2 \lambda \Sigma EJ} - \frac{\left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \cdot q \cdot (\Sigma l \cdot sh(\lambda z) - l_1 \cdot (2 sh(\lambda z) - 2 \lambda z))}{2 \lambda^2 \Sigma EJ} + \frac{2 N_2^0 (ch(0,5 \lambda z)^2 - 1)}{\lambda E_2 F_2} \right] \cdot (7)$$

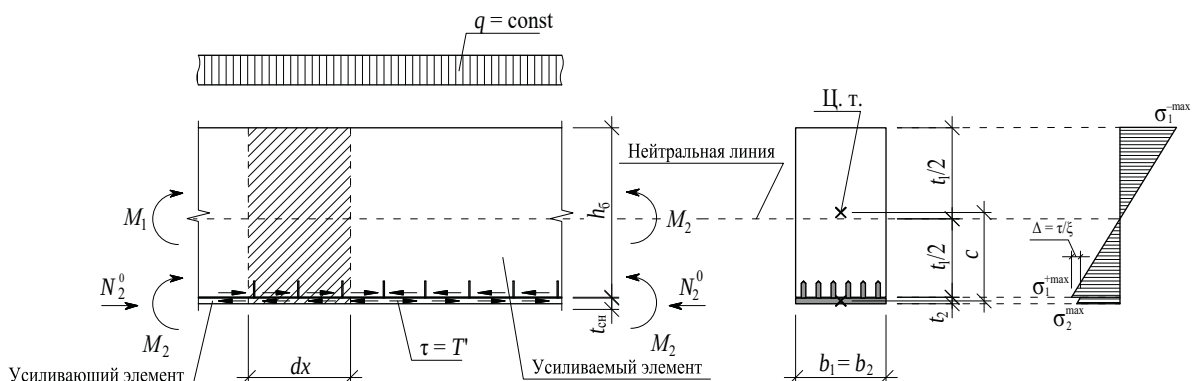


Рис. 4. Схема напряженно-деформированного состояния фрагмента составного элемента (в зоне усиления)

Константы A_1 и A_2 , учитывающие влияние граничных условий на концах составного элемента (усиленной части пролета элемента 1) с учетом отсутствия препятствий сдвига по концам усиливающей пластины 2, будут иметь вид: $A_2 = 0$.

$$A_1 = \frac{\xi}{\lambda sh(\lambda l_2)} \times \left(\frac{2N_2^0 (ch(0,5\lambda l_2)^2 - 1)}{\lambda E_2 F_2} - \frac{\left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot q (\sum l \cdot sh(\lambda l_2) - l_2 (2sh(\lambda l_2) - 2\lambda l_2))}{2\lambda^2 \sum EJ} + \frac{q \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) (ch(\lambda l_2) - 1)}{\lambda^3 \sum EJ} + \frac{q l_2 \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) (\sum l - l_2)}{2\lambda \sum EJ} - \frac{q l_1 \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) (l - l_1) (ch(\lambda l_2) - 1)}{2\lambda \sum EJ} \right), \quad (8)$$

где λ — числовой коэффициент, определяемый по формуле:

$$\lambda = \sqrt{\square \cdot \square_1}. \quad (9)$$

Функции распределения полных изгибающих моментов в зоне усиления элемента и краевые напряжения в слоях 1 и 2 рассчитываются по формулам:

$$M_1(z) = \frac{M^0(z) \square T(z) \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot E_1 J_1}{\sum EJ}; \quad (10)$$

$$M_2(z) = \frac{M^0(z) - T(z) \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot E_2 J_2}{\sum EJ}; \quad (11)$$

$$\square_1(\square) = \pm \frac{0, \square_1 \cdot \square_1(\square) - \square(\square)}{\square}; \quad (12)$$

$$\square_2 = \pm \frac{0, \square_2 \cdot \square_2(\square) - \square_{пл}}{2}, \quad (13)$$

где $T(z)$ — функция распределения сдвигающих усилий по длине зоны усиления.

С целью определения прогиба элемента в рассматриваемом сечении применяется теорема Мора. Учитывается только работа изгибающих моментов, поскольку вклад остальных силовых факторов в прогиб прямолинейных изгибаемых стержней при $\Sigma l/t > 5$ [27]:

$$f = \int_0^{l_1} \frac{\overline{M}(z_1) \cdot M(z_1)}{E_1 J_1} dz_1 + \int_0^{l_2} \frac{\overline{M}(l_1 + z_2) \cdot M(l_1 + z_2)}{E_1 J_1 + E_2 J_2} dz_2 + \int_0^{l_3} \frac{\overline{M}(l_1 + l_2 + z_3) \cdot M(l_1 + l_2 + z_3)}{E_3 J_3} dz_3, \quad (14)$$

где $\overline{\square}(\dots)$ — функция, описывающая распределение изгибающих моментов системы в «единичном»

состоянии; $M(\dots)$ — функция, описывающая распределение изгибающих моментов системы в «грузовом» состоянии.

Для среднего участка пролета l_2 функции распределения моментов следует записать с учетом усилий в связях сдвига, т.е. по формулам (10), (11), при этом функция $T(z)$ определяется аналогично решению для случая $q = \text{const}$ с соответствующими выражениями для функции $\overline{M}(\bar{z})$:

$$\overline{M}_{\text{ед}}^0(\bar{z}) = V_{\text{л.ед}} \cdot (l_1 + \bar{z}), \quad (15)$$

где $V_{\text{л.ед}}$ — опорная реакция на левой опоре усиливаемого элемента, рассчитанная для «единичного» состояния системы (рис. 3, б).

Подставляя выражение (15) в (6), получим:

$$\overline{T}(z) = A_1 \cdot sh(\lambda z) + A_2 \cdot ch(\lambda z) - \frac{\xi}{\lambda} \times \left(\frac{(sh(\lambda z) - \lambda z) \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot l_1 \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot sh(0,5\lambda z)^2}{2\lambda^2 \sum EJ} + \frac{l_1 \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot sh(0,5\lambda z)^2}{\lambda \cdot \sum EJ} \right), \quad (16)$$

где A_1 и A_2 — константы, учитывающие влияние граничных условий, определяются аналогично выражению (8) при условии отсутствия препятствий сдвигу по торцам усиливающего элемента и для «единичного» состояния системы будут иметь вид: $A_2 = 0$.

$$A_1 = \frac{\xi \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) (\square(0,5\lambda l_2) - 1 + 2l_1 \lambda \square(0,25\lambda l_2) \square(0,25\lambda l_2))}{2 \cdot \lambda^3 \cdot \sum EJ \cdot \square(0,5\lambda l_2)}. \quad (17)$$

С учетом формулы (17) выражение (16) можно записать в виде:

$$\overline{T}(z) = \left(\frac{\xi \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) (\square(0,5\lambda l_2) - 1 + 2l_1 \lambda \square(0,25\lambda l_2) \square(0,25\lambda l_2))}{2\lambda^3 \sum EJ \cdot \square(0,5\lambda b)} \right) \times \left(\square(\lambda z) - \frac{\xi}{\lambda} \cdot \left(\frac{(\square(\lambda z) - \lambda z) \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot l_1 \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot \square(0,5\lambda z)^2}{2\lambda^2 \sum EI} + \frac{l_1 \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot \square(0,5\lambda z)^2}{\lambda \sum EI} \right) \right). \quad (18)$$

В случае симметричной схемы приложения внешней нагрузки следует проектировать усиление таким образом, чтобы $l_1 = l_3$. Для данного случая запишем выражение (14) в развернутом виде:

$$f_{\text{max}} = \frac{2}{E_1 J_1} \cdot \int_0^{l_1} \frac{q z_{l1}}{2} (\Sigma l - z_{l1}) (0,5 z_{l1}) dz_{l1} + \frac{2}{\sum EJ} \times \int_0^{0,5 l_2} \left(\frac{q \cdot \Sigma l (l_1 + z_{l2})}{2} - q \cdot l_1 (l_2 + 0,5 l_1) - \frac{q l_2^2}{2} \right) - T(z_{l2}) \cdot \left(\frac{t_1+t_2}{2}\right) \cdot \left(V_{\text{л.ед}} \cdot (l_1 + z_{l2}) - \overline{T}(x_b) \cdot \frac{t_1+t_2}{2} \right) dz_{l2}, \quad (19)$$

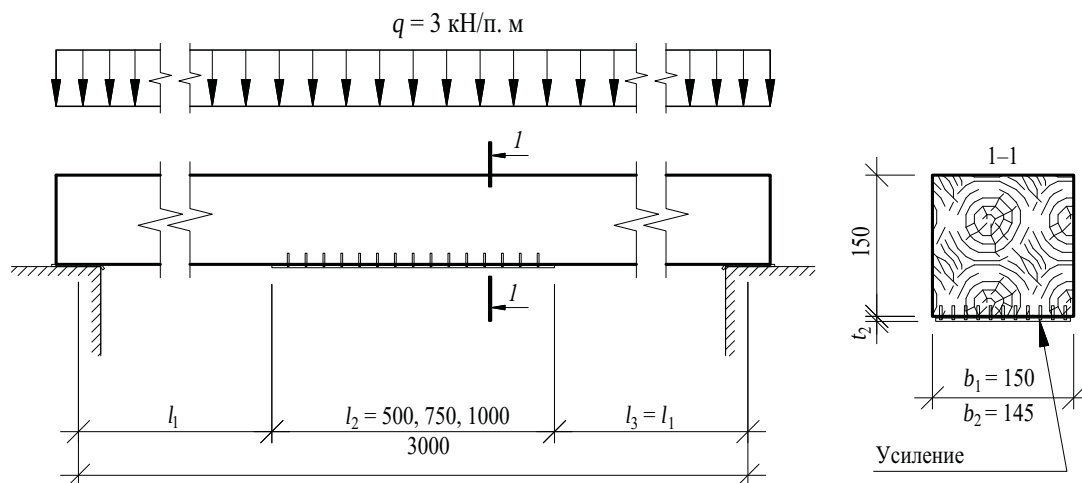


Рис. 5. Исходные данные к примеру расчета

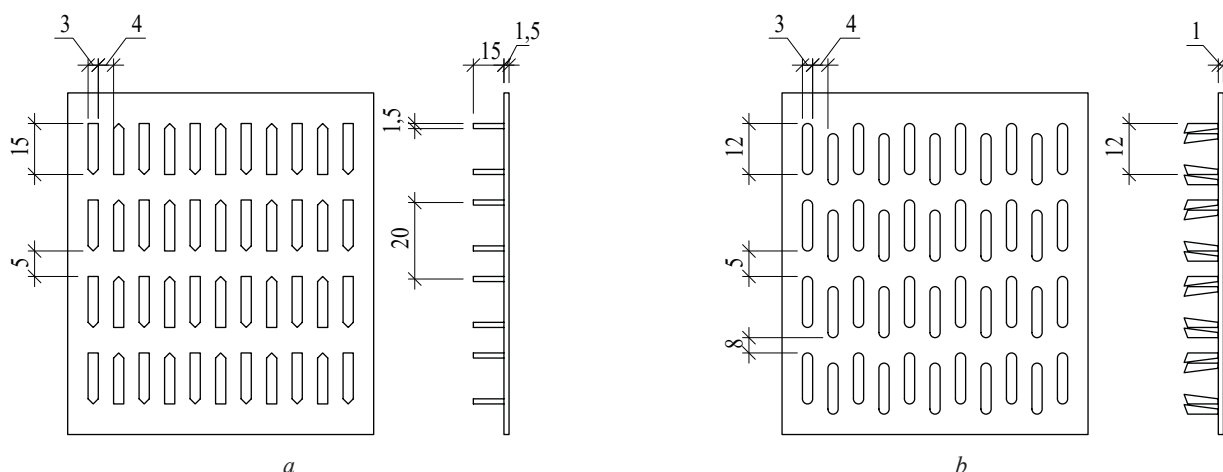


Рис. 6. Гвоздевые пластины: а — тип I (с прямым зубом размерами 15 × 3 × 1,5 мм); б — тип II (с витым зубом размерами 8 × 3 × 1 мм)

где z_1, z_2 — координаты, отсчитываемые в пределах длин участков l_1 и половины l_2 соответственно.

В качестве апробации представленного решения приведем пример расчета. Требуется оценить краевые напряжения и максимальное значение вертикальных перемещений в усиленной деревянной балке из древесины ели класса прочности С20¹ в зависимости от типа

гвоздевой пластины (I и II) и длины зоны усиления. Исходные данные задачи представлены на рис. 5.

Значение коэффициента, учитывающего сдвиговую податливость соединений гвоздевых пластин типов I и II (рис. 6), определяется по формуле (20), коэффициенты сдвиговой податливости δ_A принимаются по данным испытаний А.В. Карельского [11]:

$$\xi = \frac{1}{\delta_A} \cdot \square_{пл}. \quad (20)$$

Результаты вычислений сведем в таблицу.

Результаты вычислений

Тип пластины (рис. 6)	Единичная податливость δ_A , МПа ⁻¹ по результатам работы [11]	Жесткость соединений на 1 пог. м шва, МПа $\xi = b_2/\delta_A$	Площадь поперечного сечения элемента усиления (нетто), м ² · 10 ⁻⁴	Предельное усилие предварительного напряжения, создаваемого нагревом, МПа ($R_y = 235$ МПа для стали Ст3кп2 ²)
I	1/9,7	9,7	1,26	$235 \cdot 1,26 \cdot 10^{-4} = 0,00296$
II	1/27,85	40,1	0,84	$235 \cdot 0,84 \cdot 10^{-4} = 0,00197$

² П 16.13330.2017. Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23–81* (с Поправкой, с Изменением № 1): введ. 28.08.2017. URL: <http://docs.cntd.ru/document/456069588>

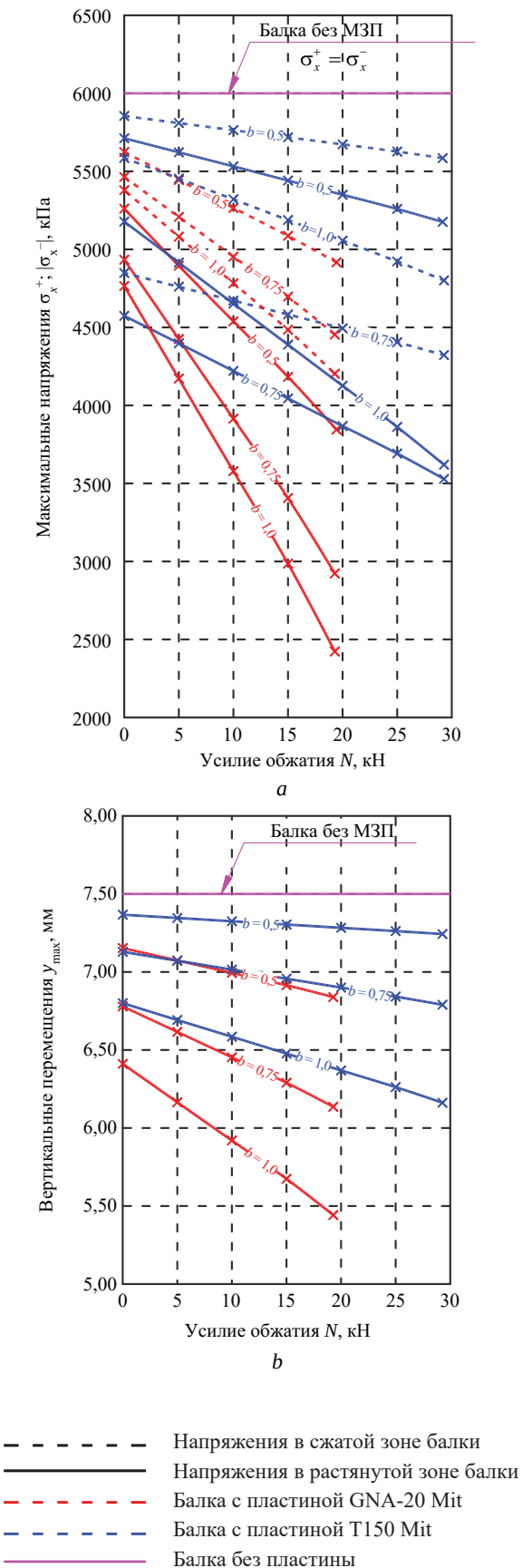


Рис. 7. Графики зависимости: a — нормальных напряжений в краевых волокнах усиливаемого элемента и в уровне центра тяжести основы гвоздевой пластины; b — максимальных вертикальных перемещений комбинированной конструкции

На рис. 7, a приведены максимальные нормальные напряжения в волокнах усиливаемого элемента и напряжения в уровне центра тяжести основы (средние напряжения) в усиливающей гвоздевой пластине. Зависимость вертикальных перемещений от варьируемых параметров представлена на рис. 7, b .

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Проведенные расчеты показывают, что средние нормальные напряжения в уровне центра тяжести пластины-основы не превышают значений 8–10 МПа, что существенно ниже расчетного сопротивления стали класса прочности С235. Является рациональной для решения подобных задач разработка пластин иной формы с увеличенным количеством зубьев на единицу площади, что позволило бы повысить величину жесткости шва на границе сплачивания усиливаемого элемента и гвоздевой пластины.

Расчет по разработанной методике показывает, что усиление растянутой зоны балки за счет прикрепления в растянутой зоне гвоздевой пластины типа I (типа II) снижает нормальные растягивающие напряжения 5–21 % (на 12–24 %) и сжимающие напряжения 2–10 % (на 6–20 %). При осуществлении предварительного нагрева основы гвоздевой пластины наблюдается более значительное снижение краевых напряжений — 14–41 % (36–60 %) и 7–20 % (19–30 %) в растянутой и сжатой зоне соответственно. Снижение прогиба в интервале варьируемых значений составило 2–10 % (5–15 %) для пластин типа I и 4–18 % (9–28 %) для пластин типа II при отсутствии (наличии) предварительного напряжения основы гвоздевой пластины, создаваемого нагревом. Стоит отметить, что наличие гвоздевой пластины с правильно подобранной длиной в растянутой зоне деревянной балки исключает возможность внезапного ее обрушения, связанного с хрупким разрывом растянутых волокон древесины, что характерно для неармированных деревянных балок.

Эффективность усиления зависит от выбора типа пластины, длины усиливаемого участка балки, наличия предварительного напряжения пластины, создаваемого нагревом. Несмотря на меньшую толщину основы и меньшие габариты выштампованных зубьев, внедряемых в массив древесины, применение пластин типа II в данном случае служит более рациональным вариантом. Витая форма зуба способствует более надежной анкеровки пластины, исключая ее отслоение в случае неравномерной усушки и возможности коробления усиливаемой деревянной балки при использовании пиломатериалов естественной влажности. Однако стоит иметь в виду, что пластины типа I требуют меньшее усилие запрессовки [11], что исключает дополнительные сложности при монтаже, например, в случае труднодоступности усиливаемых балок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ОБСУЖДЕНИЕ

Разработана конструкция усиления изгибаемых элементов из цельной и клееной древесины, заключающаяся в том, что стальная гвоздевая пластина запрессовывается со стороны нижней грани балки.

Предложена аналитическая методика расчета усиленной деревокомпозитной конструкции, учитывающая запрессовку элемента усиления по всей длине пролета или только на части пролета основного элемента, величину податливости связей на границе сплачивания слоев, наличие напряжения пластины-основы, создаваемого путем предварительного нагрева.

Установлено, что внедрение гвоздевой пластины в растянутую зону может способствовать снижению нормальных растягивающих напряже-

ний до 24 % (60 %), сжимающих — до 20 % (30 %), вертикальных перемещений в середине пролета — до 18 % (28 %) при отсутствии (наличии) предварительного напряжения основы гвоздевой пластины, создаваемого нагревом.

В качестве усиливающих элементов рекомендуется применять пластины типа II с витой формой зубьев. Является рациональной разработка нового типа гвоздевых пластин с большим количеством зубьев на единицу площади пластины ввиду значительного резерва прочностных свойств ее материала.

Предложенный способ усиления исключает хрупкий характер разрушения деревянных балок, обусловленный разрывом растянутых волокон древесины, что значительно повышает надежность этих конструктивных элементов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ковальчук Л.М., Турковский С.Б., Пискунов Ю.В. и др. Деревянные конструкции в строительстве. М. : Стройиздат, 1995. 246 с.
2. Roschina S., Gribanov A., Lukin M., Lisyatnikov M., Strekalin A. Calculation of wooden beams reinforced with polymeric composites with modification of the wood compression area // MATEC Web of Conferences. 2018. Vol. 251. P. 04029. DOI: 10.1051/mateconf/201825104029. EDN RVVCYW.
3. Socha T., Kula K., Denisiewicz A., Lesiuk G., Błażejowski W. Rheological Relaxation of OSB Beams Reinforced with CFRP Composites // Materials. 2021. Vol. 14. Issue 24. P. 7527. DOI: 10.3390/ma14247527
4. Крицин А.В., Лихачева С.Ю., Лобов Д.М., Тихонов А.В. Анализ методов расчета деревянных изгибаемых элементов, усиленных углеродным волокном // Региональная архитектура и строительство. 2014. № 4. С. 97–104. EDN TFQFOF.
5. Устарханов О.М., Ирзаев Г.Г. Схема армирования дощатоклееной балки стеклопластиковым прутком // Современное строительство и архитектура. 2018. № 3 (11). С. 16–20. DOI: 10.18454/mca.2018.11.2. EDN XVJGFN.
6. Пятницкий А.А., Крутик С.А., Журенкова М.А. Возможности использования композиционных материалов на основе углепластика в деревянных конструкциях // Научно-технический вестник Поволжья. 2013. № 3. С. 241–245. EDN QIANTX.
7. Петряев Н.Е., Левинский Ю.Б. Экспериментально-теоретическое обоснование эффективности дисперсионного армирования клееных деревянных балок // Системы. Методы. Технологии. 2012. № 2 (14). С. 102–106. EDN PEXMVT.
8. Corradi M., Speranzini E., Borri A., Vignoli A. In-plane shear reinforcement of wood beam floors with FRP // Composites Part B: Engineering. 2006. Vol. 37. Issue 4–5. Pp. 310–319. DOI: 10.1016/j.compositesb.2005.11.003
9. Rescalvo F., Valverde-Palacios I., Suarez E., Gallego A. Experimental Comparison of Different Carbon Fiber Composites in Reinforcement Layouts for Wooden Beams of Historical Buildings // Materials. 2017. Vol. 10. Issue 10. P. 1113. DOI: 10.3390/ma10101113
10. Карельский А.В., Журавлева Т.П., Лабудин Б.В. Испытание на изгиб деревянных составных балок, соединенных металлическими зубчатыми пластинами, разрушающей нагрузкой // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 2 (54). С. 77–85. DOI: 10.5862/MCE.54.9. EDN TMJQQR.
11. Карельский А.В., Журавлева Т.П., Филипов В.В., Лабудин Б.В., Мелехов В.И. Технология усиления клееных деревянных конструкций металлическими зубчатыми пластинами // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 2018. № 1 (361). С. 80–88. DOI: 10.17238/issn0536-1036.2018.1.80. EDN YNMFCB.
12. Telichenko V.I., Rimshin V.I., Karelskii A.V., Labudin B.V., Kurbatov V.L. Strengthening technology of timber trusses by patch plates with toothed-plate connectors // Journal of Industrial Pollution Control. 2017. Vol. 33. Issue 1. Pp. 1034–1041. EDN XNTLSI.
13. Римшин В.И., Лабудин Б.В., Мелехов В.И., Попов Е.В., Рощина С.И. Соединения элементов деревянных конструкций на шпонках и шайбах // Вестник МГСУ. 2016. № 9. С. 35–50. DOI: 10.22227/1997-0935.2016.9.35-50. EDN WMLATP.
14. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов : справочник. Л. : Машиностроение, 1980. 247 с.
15. Соболев Ю.С. Древесина как конструкционный материал. М. : Лесн. пром-сть, 1979. 248 с.
16. Коченов В.М. Несущая способность элементов и соединений деревянных конструкций. М. : Гос. изд-во лит. по строительству и архитектуре, 1953. 320 с.

17. Никитин Г.Г. О расчете нагельных соединений из дерева и пластмасс с учетом различных режимов загрузки // Конструкции из клееной древесины и пластмасс. 1983. С. 96–105.

18. Лабудин Б.В. Совершенствование клееных деревянных конструкций с пространственно-регулярной структурой : монография. Архангельск : Арханг. гос. техн. ун-т, 2007. 267 с.

19. Рощина С.И., Римшин В.И. Расчет деформаций изгибаемых армированных деревянных элементов с учетом ползучести // Известия Юго-Западного государственного университета. 2011. № 1 (34). С. 121–124. EDN NXLTKN.

20. Светозарова Е.И., Серов Е.Н., Лабудин Б.В. Некоторые вопросы совершенствования клееных деревянных конструкций в процессе изготовления // Известия высших учебных заведений. Лесной журнал. 1985. № 2. С. 65–68. EDN BDDHTQ.

21. Ржаницын А.Р. Составные стержни и пластинки. М. : Стройиздат, 1986. 314 с.

22. Карельский А.В., Лабудин Б.В., Мелехов В.И. Испытание на сдвиг элементов деревянных конструкций, соединенных металлическими зубчатыми

пластинами // Строительство и реконструкция. 2015. № 1 (57). С. 11–16. EDN TQAWZR.

23. Rimshin V., Labudin B., Morozov V., Orlov A., Kazarian A., Kazaryan V. Calculation of shear stability of conjugation of the main pillars with the foundation in wooden frame buildings // Advances in Intelligent Systems and Computing. 2019. Pp. 867–876. DOI: 10.1007/978-3-030-19868-8_85

24. Римшин В.И., Кецо Е.С., Трунцов П.С. Большой строительный словарь. Т. 2. М. : Издательский дом АСВ, 2022. 626 с. EDN FSAMPR.

25. Курбатов В.Л., Римшин В.И., Шубин И.Л., Волкова С.В. Информационное моделирование и искусственный интеллект в современном строительстве и жилищно-коммунальном хозяйстве. М. : Издательский дом АСВ, 2023. 420 с. EDN MSLGGU.

26. Баженов В.А., Дащенко А.Ф., Оробей В.Ф., Сурьянинов Н.Г. Численные методы в механике. 2004.

27. Филлин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела: сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. Т. 2. М. : Наука, 1978. 616 с.

Поступила в редакцию 11 ноября 2025 г.

Принята в доработанном виде 1 декабря 2025 г.

Одобрена для публикации 17 декабря 2025 г.

ОБ АВТОРАХ: **Владимир Иванович Римшин** — доктор технических наук, профессор, профессор кафедры жилищно-коммунального комплекса, член-корреспондент РААСН; **Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ)**; 129337, г. Москва, Ярославское шоссе, д. 26; SPIN-код: 9629-5322, РИНЦ ID: 420903, Scopus: 56258934600, ResearcherID: P-4928-2015, ORCID: 0000-0002-9084-4105; v.rimshin@niisf.ru;

Егор Вячеславович Попов — кандидат технических наук, доцент кафедры инженерных конструкций, архитектуры и графики; **Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова (САФУ)**; 163002, г. Архангельск, набережная Северной Двины, д. 17; РИНЦ ID: 896523; egpv1989@mail.ru;

Иван Александрович Дурягин — аспирант кафедры инженерных конструкций, архитектуры и графики; **Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова (САФУ)**; 163002, г. Архангельск, набережная Северной Двины, д. 17; РИНЦ ID: 1326766; duryagin1995@yandex.ru;

Анна Евгеньевна Керн — студент; **Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)**; 630008, г. Новосибирск, Ленинградская ул., д. 113; ORCID: 0009-0003-9736-3739; a.kern@sibstrin.ru;

Елизавета Сергеевна Макарова — студент; **Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)**; 630008, г. Новосибирск, Ленинградская ул., д. 113; ORCID: 0009-0009-6108-5304; e.makarova94@sibstrin.ru.

Вклад авторов: все авторы сделали эквивалентный вклад в подготовку публикации.

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

INTRODUCTION

One way of improving the strength properties of glued timber structures is through reinforcement [1]. Reinforcing timber with steel reduces the impact of natural defects and significantly increases the load-bearing capacity and stiffness of structures [2], whilst reducing their weight and cost. Let us review the relevant literature.

K. Kula and T. Socha [3], in their analysis of the behaviour of timber beams reinforced with bonded carbon-fibre tape, found that the initial deflection of the beams is reduced. A.V. Kritsin [4] analyzed methods for calculating timber beams reinforced with carbon fibre. The reinforcement of timber beams against shear stresses is achieved by bonding carbon fibre to the side face of the member at an angle to the fibres in the direction

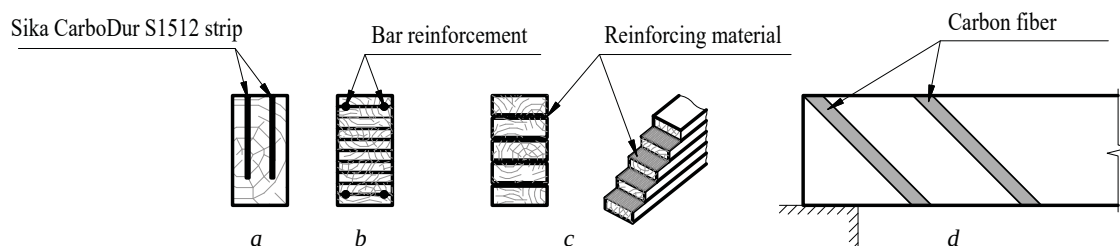


Fig. 1. Reinforcement options for timber beams: *a* — Sika CarboDur S1512 carbon fibre tape; *b* — bar or composite reinforcement pressed between the lamellae of a glued laminated beam; *c* — carbon fibre reinforcement between the lamellae of a glued laminated beam; *d* — reinforcement of the beam's support zones with carbon fibre

of the principal tensile stress planes. O.M. Ustarhanov [5] investigated the stress-strain state (SSS) of laminated timber beams when installing fibreglass reinforcement. He found that in the tension zone, it is advisable to apply reinforcement not linearly along the entire length of the beam, but only within the span. In the support zones, the composite reinforcement is bent at an angle to the wood fibres (the longitudinal axis of the structure). In the upper compression zone, the composite reinforcement can be laid in a groove parallel to the top face. A.A. Pyatnitsky [6] demonstrated the rationality of placing a strip of high-strength material between the lamellae of the beam, which leads to a significant increase in the load-bearing capacity of the structure. In paper [7], N.E. Petryaev and Yu.B. Levinsky examine the positive and negative effects of reinforcing glued laminated timber beams by embedding metal rods into the most stressed areas of the glued structures. It was established that internal stresses within the adhesive layer are reduced when the continuous adhesive layer is split using fine-fibre and mesh materials. In addition to their stated purpose, these materials reinforce the structure, increasing its ultimate resistance to mechanical loads. M. Corradi et al. [8], in examining traditional reinforcement techniques, proposed a reinforcement method using an additional layer of boards: the rafters and the first layer of boards are joined using four nails per board, i.e. two at each end; the main and reinforcing boards are joined with six nails, two at each end and two in the middle. In [9], F. Rescalvo provides a brief description of methods for reinforcing timber beams with polymer fibres. B.V. Labudin and A.V. Karelsky [10, 11] present the results of bending tests on composite timber beams joined by metal toothed plates [12, 13]. The most common damage to glued lam-

inated timber beams is longitudinal cracks in the glue joints. The appearance of such cracks weakens the beam cross-section and, as the cracks progress, leads to their failure. By pressing metal toothed plates (MTP) into the cracked area and the area where the crack may develop, the load-bearing capacity of the cross-section can be restored. Schematic diagrams of beams with various reinforcement options are shown in Fig. 1 and 2.

A distinctive feature of timber lies in its pronounced anisotropic properties [14, 15], as well as in the flexibility of its joints [16–19]. Many researchers neglect to take these factors into account when calculating timber and glued-laminated timber structures, which leads to significant errors in the assessment of the SSS [20].

The aim of the study is to improve the design of reinforced timber and wood-composite beams by using MTP as external reinforcement and to develop a calculation method for such structures.

To achieve this objective, it is necessary to develop, based on A.R. Rzhantsyn's theory of composite members [21], a calculation method for solid and glued-laminated timber beams reinforced with external reinforcement based on MTP, which takes into account the compliance at the "beam – MTP" interface [22, 23]. In establishing the terminological framework for the study, the provisions of the modern construction dictionary [24] were applied.

To verify the theory, a numerical analysis was carried out on beams reinforced with two types of MTP, depending on the type and length of MTP; the values of the longitudinal prestressing force in the base plate of MTP were determined, and recommendations were provided for the design and calculation of beams with flexible mechanical connections in the prestressed concrete. The above makes this work relevant [25].

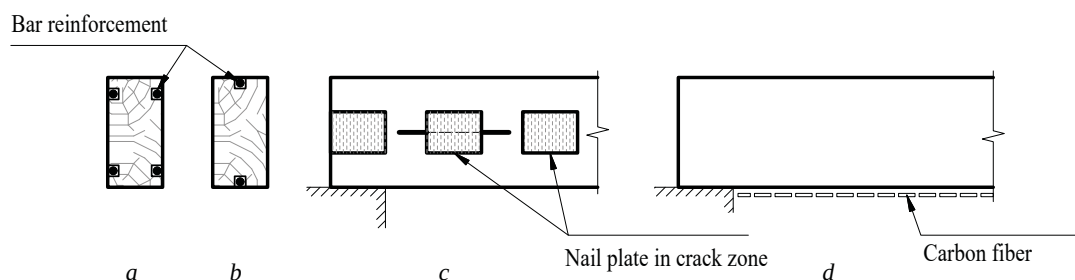


Fig. 2. Reinforcement options for timber beams: *a, b* — bar or composite reinforcement glued into grooves; *c* — installation of crack-limiting metal toothed plates (MTP); *d* — reinforcement of the beam's tension zone with carbon fibre tape

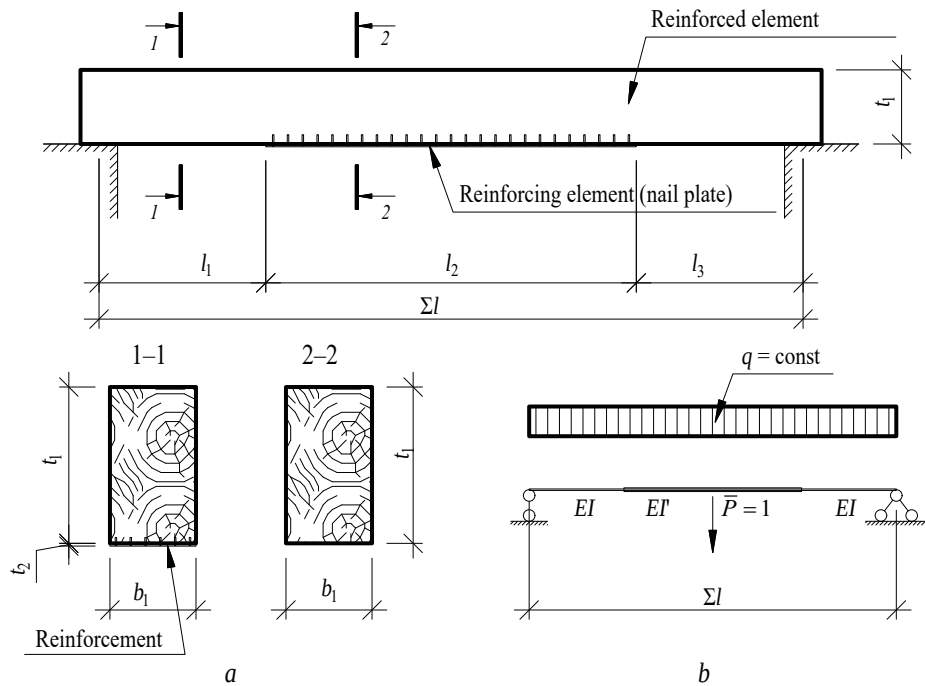


Fig. 3. Schematic diagram of a reinforced bending member and the notation used in the mathematical model

MATERIALS AND METHODS

The analytical model of the beam is shown in Fig. 3. The beam span is divided into three zones, with the middle zone being the reinforced section. When reinforcement is applied along the entire length of the span, the lengths of the outer zones are taken to be zero. The following symbols are used in the mathematical model: l_1, l_3 — the lengths of the unreinforced zones of the beam; l_2 — the length of the zone containing the reinforcement element; Σl — the total design span.

The central zone of the reinforced member, considered as a composite structure with ductile shear connections, can be regarded as a composite bar supported by elastically deformable longitudinal connections and infinitely rigid transverse connections (since, apart from the weight of the reinforcing plate, there are no other “peeling” loads).

The stiffness coefficient of the shear connections, reduced to a per-unit length value, is determined by the formula:

$$\xi = c_{in}/S_{in}, \tag{1}$$

where c_{in} — the stiffness coefficient of a single link, considered as a discrete element; S_{in} — the distance between adjacent discrete connections in the reinforcement section (the horizontal distance between the teeth of the reinforcement plate).

The design of the structure is carried out using the force method, with the shear forces in the connections taken as the unknowns to be determined. According to A.R. Rzhanitsyn’s classical theory of composite members [21], the following governing equation is adopted, describing the distribution of shear forces at the joint interface for a longitudinal joint:

$$T''(z)/\xi = \delta_{11} \cdot T(z) + \Delta_{10}(z), \tag{2}$$

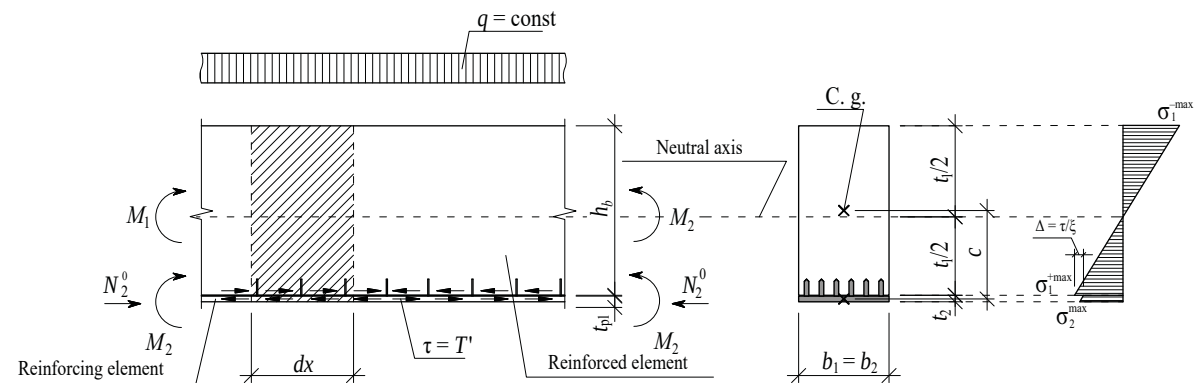


Fig. 4. Diagram of the stress-strain state of a composite component fragment (in the reinforcement zone)

where δ_{11} and Δ_{10} — the coefficient for the unknown and the load term of the force method equation, determined by equations (3) and (4); T — the unknown of interest (the sum of the shear forces in the section of the composite member under consideration).

$$\delta_{11} = \frac{1}{E_1 F_1} + \frac{1}{E_2 F_2} + \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right)^2 / \Sigma EJ; \quad (3)$$

$$\Delta_{10} = \frac{N_2^0}{E_2 F_2} - \left[M_0(z) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \right] / \Sigma EI, \quad (4)$$

where E_1, F_1 — Young's modulus of the first kind and the cross-sectional area of the reinforced element; E_2, F_2 — Young's modulus of the first kind and the cross-sectional area of the reinforcing element (for a perforated plate, the cross-sectional area is the net area); $\Sigma EJ = E_1 J_1 + E_2 J_2$ — total bending stiffness of the composite rod in the principal system (where the reinforcement element does not extend to the supports, J_2 should be set to 0); N_2^0 — normal force arising in the reinforcement element as a result of heating; $M_0(z)$ — function of the bending moment as a function of the external load in the principal system of the force method, determined according to the general rules of structural mechanics:

$$M_0(z) = V(l_1 + z) - 0.5qz^2 - q_1(z + 0.5l_1), \quad (5)$$

where V — the support reaction arising at the left support of the member under load in the principal force system.

A stress-strain diagram for a segment of a composite member of length dz is shown in Fig. 4.

The solution to equation (2) consists of a general solution and a particular solution. To express the particular solution, we shall use Green's function [26]:

$$T(z) = A_1 sh(\lambda z) + A_2 ch(\lambda z) + \frac{\xi}{\lambda} \times \int_0^{\bar{z}} \left[\frac{N_2^0}{E_2 \cdot F_2} - \frac{M^0(\bar{z}) \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right)}{\Sigma EI} \right] \sin[\lambda(z - \bar{z})] d\bar{z}, \quad (6)$$

where $\bar{z}$ — an auxiliary coordinate along which the function representing the particular solution to differential equation (2) is integrated.

In expanded form, the solution function (6) will take the form:

$$T(z) = A_1 \cdot sh(\lambda z) + A_2 ch(\lambda z) + \frac{\xi}{\lambda} \left[\frac{\left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \cdot q (ch(\lambda z) - 1)}{\lambda^3 \Sigma EJ} + \frac{l_1 \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \cdot q (ch(\lambda z) - 1) (a - \Sigma l)}{2 \lambda \Sigma EJ} - \frac{cqz(z - l)}{2 \lambda \Sigma EJ} - \frac{\left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \cdot q (\Sigma l \cdot sh(\lambda z) - l_1 \cdot (2sh(\lambda z) - 2\lambda z))}{2 \lambda^2 \Sigma EJ} + \frac{2N_2^0 (ch(0.5\lambda l)^2 - 1)}{\lambda E_2 F_2} \right]. \quad (7)$$

The constants A_1 and A_2 , which take into account the effect of boundary conditions at the ends of the composite element (the reinforced section of span 1), assuming there are no shear barriers at the ends of the reinforcing plate 2, will be given by: $A_2 = 0$.

$$A_1 = \frac{\xi}{\lambda sh(\lambda l_2)} \times \left(\frac{2N_2^0 (ch(0.5\lambda l_2)^2 - 1)}{\lambda E_2 F_2} - \frac{\left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \cdot q (\Sigma l \cdot sh(\lambda l_2) - l_2 (2sh(\lambda l_2) - 2\lambda l_2))}{2 \lambda^2 \Sigma EJ} + \frac{q \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) (ch(\lambda l_2) - 1)}{\lambda^3 \Sigma EJ} + \frac{q l_2 \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) (\Sigma l - l_2)}{2 \lambda \Sigma EJ} - \frac{q l_1 \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) (l - l_1) (ch(\lambda l_2) - 1)}{2 \lambda \Sigma EJ} \right), \quad (8)$$

where λ — a numerical coefficient determined by the formula:

$$\lambda = \sqrt{\square \cdot \delta_{11}}. \quad (9)$$

The distribution functions for total bending moments in the member's reinforced zone and the edge stresses in layers 1 and 2 are calculated using the following formulas:

$$M_1(z) = \frac{\left[M^0(z) - T(z) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \right] \cdot E_1 J_1}{\Sigma EJ}; \quad (10)$$

$$M_2(z) = \frac{\left[M^0(z) - T(z) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right) \right] \cdot E_2 J_2}{\Sigma EJ}; \quad (11)$$

$$\square_1(z) = \pm \frac{0.5 \square \cdot M_1(z)}{J_1} - \frac{T(z)}{F_1}; \quad (12)$$

$$\square_2 = \pm \frac{0.5 \square \cdot M_2(z)}{J_2} \cdot \frac{\square_1}{2}, \quad (13)$$

where $T(z)$ — the distribution of shear forces along the length of the reinforcement zone.

Moore's theorem is applied to determine the deflection of the member in the section under consideration. Only the effect of bending moments is taken into account, since the contribution of other forces to the deflection of straight, flexural members is negligible when $\Sigma l/t > 5$ [27]:

$$f = \int_0^{l_1} \frac{\overline{M}(z_1) \cdot M(z_1)}{E_1 J_1} dz_1 + \int_0^{l_2} \frac{\overline{M}(l_1 + z_2) \cdot M(l_1 + z_2)}{E_1 J_1 + E_2 J_2} dz_2 + \int_0^{l_3} \frac{\overline{M}(l_1 + l_2 + z_3) \cdot M(l_1 + l_2 + z_3)}{E_3 J_3} dz_3, \quad (14)$$

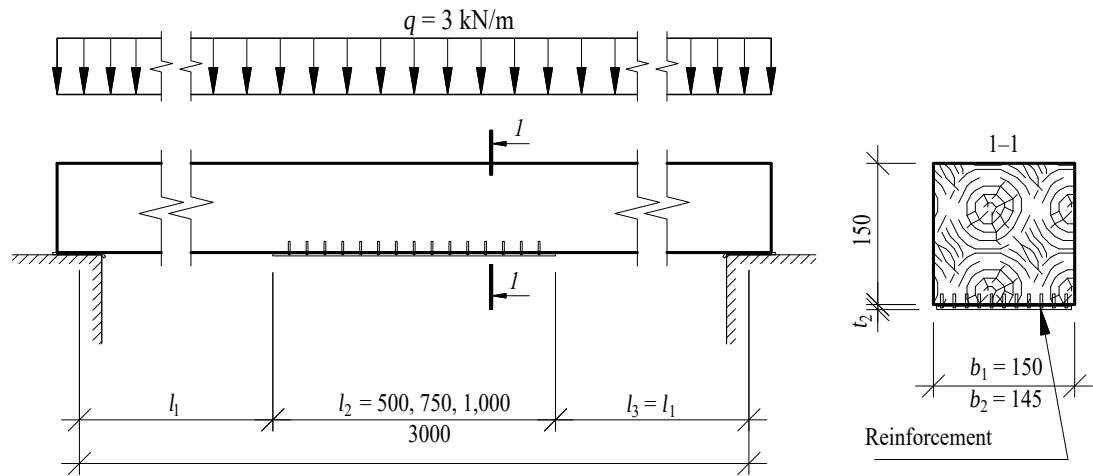


Fig. 5. Input data for the calculation example

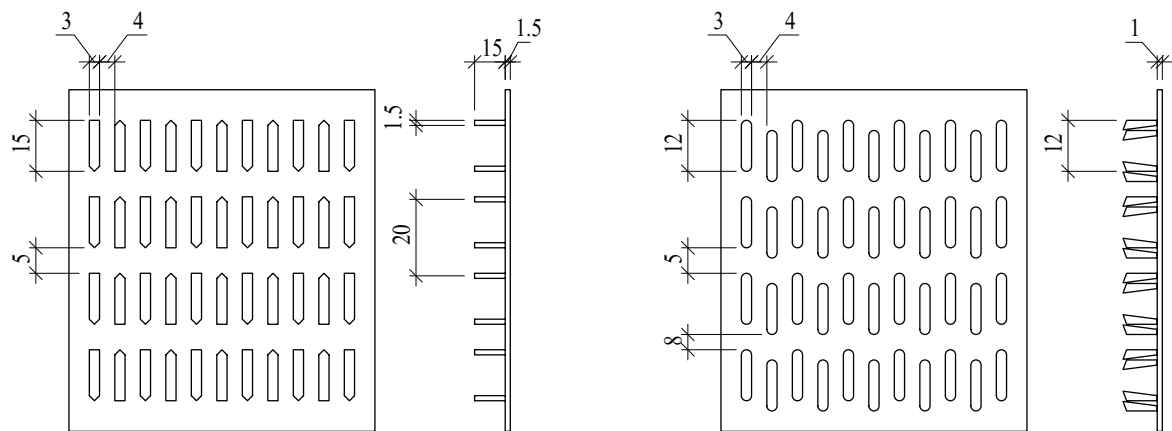


Fig. 6. Nail plates: *a* — Type I (with a straight tooth measuring 15 × 3 × 1.5 mm); *b* — Type II (with a twisted tooth measuring 8 × 3 × 1 mm)

where $\overline{M}(\xi)$ — a function describing the distribution of bending moments in the system under “unloaded” conditions; $M(\dots)$ — a function describing the distribution of bending moments in the system under “loaded” conditions.

For the middle section of span l_2 , the moment distribution functions should be expressed taking into account the forces in the shear connections, i.e. using equations (10) and (11), where the function $T(z)$ is determined in the same way as in the solution

Calculation results

Plate type (Fig. 6)	Unit modulus of elasticity δ_A , MPa ⁻¹ according to the findings of [11]	Joint stiffness per 1 metre of joint, MPa $\xi = b_2/\delta_A$	Cross-sectional area of the reinforcement member (net), m ² · 10 ⁻⁴	Maximum prestressing force induced by heating, MPa ($R_y = 235$ MPa for St3kp2 ¹ steel)
I	1/9.7	9.7	1.26	$235 \cdot 1.26 \cdot 10^{-4} = 0.00296$
II	1/27.85	40.1	0.84	$235 \cdot 0.84 \cdot 10^{-4} = 0.00197$

¹ SP 16.13330.2017. Steel structures. Updated version of SNiP II-23–81* (with Amendment and Change No. 1) : introduced on August 28, 2017. URL: <http://docs.cntd.ru/document/456069588>

for the case $q = \text{const}$, with the corresponding expressions for the function $\square \square \square$

$$\overline{M}_{\square \square \square}^0(\bar{z}) = V_{\square \square \square} \cdot (l_1 + \bar{z}), \quad (15)$$

where $V_{l_{\text{unit}}}$ — the support reaction at the left support of the reinforced member, calculated for the “single” state of the system (Fig. 3, b).

Substituting expression (15) into (6), we obtain:

$$\begin{aligned} \bar{T}(z) = & A_1 \cdot sh(\lambda z) + A_2 \cdot ch(\lambda z) - \frac{\xi}{\lambda} \times \\ & \times \left(\frac{(sh(\lambda z) - \lambda z) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)}{2\lambda^2 \sum EJ} + \frac{l_1 \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) \cdot sh(0.5\lambda z)^2}{\lambda \cdot \sum EJ} \right), \end{aligned} \quad (16)$$

where A_1 and A_2 are constants that account for the influence of boundary conditions; they are determined in the same way as in equation (8), assuming there are no obstacles to shear movement at the ends of the reinforcing element, and for the “unit” state of the system will take the form: $A_2 = 0$.

$$A_1 = \frac{\xi \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) (\square(0.5\lambda l_2) - 1 + 2l_1\lambda \cdot \square(0.25\lambda l_2) \square(0.25\lambda l_2))}{2 \cdot \lambda^3 \cdot \sum EJ \cdot \square(0.5\lambda l_2)}. \quad (17)$$

Taking formula (17) into account, expression (16) can be written as:

$$\begin{aligned} \bar{T}(z) = & \left(\frac{\xi \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) (\square(0.5\lambda l_2) - 1 + 2l_1\lambda \cdot \square(0.25\lambda l_2) \square(0.25\lambda l_2))}{2\lambda^3 \sum EJ \cdot \square(0.5\lambda b)} \right) \times \\ & \times \square(\lambda z) - \frac{\xi}{\lambda} \cdot \left(\frac{(\square(\lambda z) - \lambda z) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)}{2\lambda^2 \sum EI} + \frac{l_1 \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) \cdot \square(0.5\lambda z)^2}{\lambda \sum EI} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

In the case of a symmetrical external load configuration, the reinforcement should be designed such that $l_1 = l_3$. For this case, let us write expression (14) in expanded form:

$$\begin{aligned} f_{\max} = & \frac{2}{EJ_1} \cdot \int_0^{l_1} \frac{qz_{l1}}{2} (\Sigma l - z_{l1}) (0.5z_{l1}) dz_{l1} + \frac{2}{\sum EJ} \times \\ & \times \int_0^{0.5l_2} \left(\frac{q \cdot \Sigma l (l_1 + z_{l2})}{2} - q \cdot l_1 (l_2 + 0.5l_1) - \frac{ql_2^2}{2} \right) - \\ & - T(z_{l2}) \cdot \left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right) \cdot \left(V_{l_{\text{unit}}} \cdot (l_1 + z_{l2}) - \bar{T}(x_b) \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} \right) dz_{l2}, \end{aligned} \quad (19)$$

where z_{l1}, z_{l2} are coordinates measured within the lengths of segments l_1 and half of l_2 , respectively.

To demonstrate the validity of the proposed solution, we present a calculation example. The task is to estimate the edge stresses and the maximum vertical displacement in a reinforced timber beam made

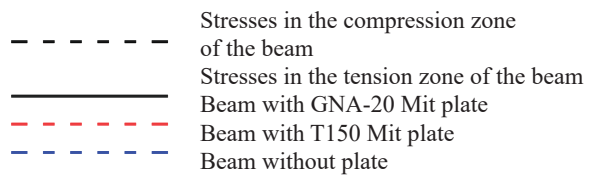
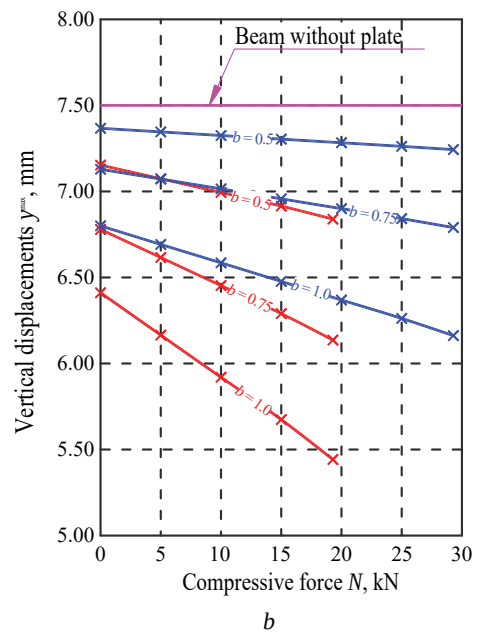
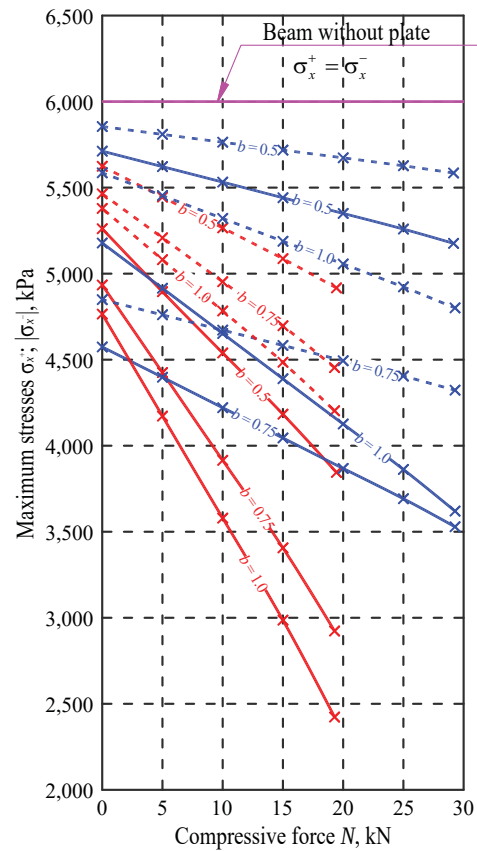


Fig. 7. Graphs showing the relationship between: *a* — normal stresses in the edge fibres of the reinforced element and at the centre of gravity of the nail plate base; *b* — maximum vertical displacements of the composite structure

of C20²-grade spruce, depending on the type of nail plate (I and II) and the length of the reinforcement zone. The initial data for the problem are shown in Fig. 5.

The value of the coefficient accounting for the shear compliance of Type I and II nail plate connections (Fig. 6) is determined using Equation (20); the shear compliance coefficients δ_A are taken from the test data of A.V. Karelsky [11]:

$$\xi = \frac{1}{\delta_A} \cdot \square_{\square} \quad (20)$$

We will summarize the results of the calculations in a Table.

Fig. 7, *a* shows the maximum normal stresses in the fibres of the reinforced element and the stresses at the centre of gravity of the base (average stresses) in the reinforcing nail plate. The relationship between vertical displacements and the variable parameters is shown in Fig. 7, *b*.

RESEARCH RESULTS

The calculations carried out show that the average normal stresses at the centre of gravity of the base plate do not exceed 8–10 MPa, which is significantly lower than the design strength of C235 grade steel. A rational approach to solving such problems is to develop plates of a different shape with an increased number of teeth per unit area, which would increase the stiffness of the joint at the interface between the reinforced element and the nail plate.

Calculations based on the developed methodology show that reinforcing the tension zone of a beam by attaching a Type I (or Type II) nail plate in the tension zone reduces normal tensile stresses by 5–21 % (by 12–24 %) and compressive stresses by 2–10 % (by 6–20 %). When the base of the nail plate is preheated, a more significant reduction in edge stresses is observed — 14–41 % (36–60 %) and 7–20 % (19–30 %) in the tension and compression zones, respectively. The reduction in deflection within the range of varying values was 2–10 % (5–15 %) for Type I plates and 4–18 % (9–28 %) for Type II plates in the absence (presence) of pre-stress in the base of the nail plate created by heating. It is worth noting that the presence of a nail plate of the correct

length in the tension zone of a timber beam eliminates the possibility of its sudden collapse due to brittle fracture of the tensioned wood fibres, which is characteristic of unreinforced timber beams.

The effectiveness of the reinforcement depends on the choice of plate type, the length of the reinforced section of the beam, and the presence of pre-stress in the plate created by heating. Despite the thinner base and smaller dimensions of the stamped teeth embedded in the solid timber, the use of Type II plates is the more sensible option in this case. The twisted shape of the tooth contributes to more reliable anchoring of the plate, preventing it from delaminating in the event of uneven shrinkage and the possibility of warping of the reinforced timber beam when using sawn timber of natural moisture content. However, it should be borne in mind that Type I plates require less pressing force [11], which eliminates additional installation difficulties, for example, where the beams to be reinforced are difficult to access.

CONCLUSION AND DISCUSSION

A design was developed for reinforcing bending members made of solid and laminated timber, which involves pressing a steel nail plate onto the underside of the beam.

An analytical method is proposed for calculating the reinforced wood-composite structure, taking into account the pressing of the reinforcement element along the entire span length or only over part of the main element's span, the degree of compliance of the connections at the interface between the layers, and the presence of stress in the base plate created by preheating.

It was established that the insertion of a nail plate into the tension zone can help reduce normal tensile stresses by up to 24 % (60 %) and compressive stresses by up to 20 % (30 %), and vertical displacements in the middle of the span by up to 18 % (28 %) in the absence (presence) of pre-stress in the base of the nail plate, created by heating.

It is recommended to use Type II plates with twisted teeth as reinforcing elements. It is rational to develop a new type of nail plate with a large number of teeth per unit area of the plate, given the significant reserve of strength properties of its material.

The proposed reinforcement method eliminates the brittle nature of the failure of timber beams caused by the rupture of the wood's tensile fibres, which significantly increases the reliability of these structural elements.

² CP 64.13330.2017. Timber structures. Updated version of SNiP II-25-80 (with Amendment No. 1): effective 28 July 2017. URL: <http://docs.cntd.ru/document/456082589>

REFERENCES

1. Kovalchuk L.M., Turkovsky S.B., Piskunov Yu.V. et al. *Wooden structures in construction*. Moscow, Stroyizdat, 1995; 246. (rus.).
2. Roschina S., Gribanov A., Lukin M., Lisyatnikov M., Strekalkin A. Calculation of wooden beams reinforced with polymeric composites with modification

of the wood compression area. *MATEC Web of Conferences*. 2018; 251:04029. DOI: 10.1051/mateconf/201825104029. EDN RVVCYW.

3. Socha T., Kula K., Denisiewicz A., Lesiuk G., Błażejowski W. Rheological Relaxation of OSB Beams Reinforced with CFRP Composites. *Materials*. 2021; 14(24):7527. DOI: 10.3390/ma14247527

4. Kritsin A.V., Likhacheva S.Yu., Lobov D.M., Tikhonov A.V. Analysis of calculation methods for wooden bending elements reinforced with carbon fiber. *Regional Architecture and Engineering*. 2014; 4:97-104. EDN TFQFOF. (rus.).

5. Ustarkhanov O.M., Irzaev G.G. Scheme of laminated beam reinforcement with a fiberglass bar. *Modern Construction and Architecture*. 2018; 3(11):16-20. DOI: 10.18454/mca.2018.11.2. EDN XVJGFN. (rus.).

6. Pyatnitskiy A.A., Krutik S.A., Zhurenkova M.A. Options for use of carbon plastic composite materials as part of timber structures. *Scientific and Technical Volga region Bulletin*. 2013; 3:241-245. EDN QIANTX. (rus.).

7. Petryaev N.E., Levinsky Yu.B. Experimental and theoretical substantiation of efficiency of glued wooden beams dispersion reinforcement. *Systems. Methods. Technologies*. 2012; 2(14):102-106. EDN PEXMVT. (rus.).

8. Corradi M., Speranzini E., Borri A., Vignoli A. In-plane shear reinforcement of wood beam floors with FRP. *Composites Part B: Engineering*. 2006; 37(4-5): 310-319. DOI: 10.1016/j.compositesb.2005.11.003

9. Rescalvo F., Valverde-Palacios I., Suarez E., Gallego A. Experimental Comparison of Different Carbon Fiber Composites in Reinforcement Layouts for Wooden Beams of Historical Buildings. *Materials*. 2017; 10(10):1113. DOI: 10.3390/ma10101113

10. Karelskiy A.V., Zhuravleva T.P., Labudin B.V. Load-to-failure bending test of wood composite beams connected by gang nail. *Magazine of Civil Engineering*. 2015; 2(54):77-85. DOI: 10.5862/MCE.54.9. EDN TMJQQR. (rus.).

11. Karel'skiy A. V., Zhuravleva T.P., Filippov V.V., Labudin B.V., Melekhov V.I. Reinforcement technology of laminated wood structures by gang nail. *Russian Forestry Journal*. 2018; 1(361):80-88. DOI: 10.17238/issn0536-1036.2018.1.80. EDN YNMFCB. (rus.).

12. Telichenko V.I., Rimshin V.I., Karelskii A.V., Labudin B.V., Kurbatov V.L. Strengthening technology of timber trusses by patch plates with toothed-plate connectors. *Journal of Industrial Pollution Control*. 2017; 33(1):1034-1041. EDN XNTLSI.

13. Rimshin V.I., Labudin B.V., Melekhov V.I., Popov E.V., Roshchina S.I. Dowel and washer connections for elements of wooden structures. *Vestnik MGSU [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering]*. 2016; 9:35-50. DOI: 10.22227/1997-0935.2016.9.35-50. EDN WMLATP. (rus.).

14. Ashkenazi E.K., Ganov E.V. *Anisotropy of structural materials : handbook*. Leningrad, Mechanical Engineering, 1980; 247. (rus.).

15. Sobolev Yu.S. *Wood as a structural material*. Moscow, Forestry industry, 1979; 248. (rus.).

16. Kochenov V.M. *Bearing capacity of elements and connections of wooden structures*. Moscow, State publishing house of literature on construction and architecture, 1953; 320. (rus.).

17. Nikitin G.G. On the calculation of dowel connections made of wood and plastics taking into account various loading modes. *Structures made of glued wood and plastics*. 1983; 96-105. (rus.).

18. Labudin B.V. *Improvement of glued wooden structures with spatially regular structure : monograph*. Arkhangelsk, Arkhangelsk state tech. univ, 2007; 267. (rus.).

19. Roshchina S.I., Rimshin V.I. Modern norms of designing demand realization of calculations of the reinforced wooden constructions taking into account rheological properties of wood. *Proceedings of Southwest State University*. 2011; 1(34):121-124. EDN NXLTKN. (rus.).

20. Svetozarova E.I., Serov E.N., Labudin B.V. Some issues of improving glued wooden structures during the manufacturing process. *News of Higher Educational Institutions. Forestry Magazine*. 1985; 2:65-68. EDN BDDHTQ. (rus.).

21. Rzhantsyn A.R. *Composite rods and plates*. Moscow, Stroyizdat, 1986; 314. (rus.).

22. Karelskiy A., Labudin B., Melekhov V. Shear test elements of wooden structures, united punched metal plate fasteners. *Building and Reconstruction*. 2015; 1(57):11-16. EDN TQAWZR. (rus.).

23. Rimshin V., Labudin B., Morozov V., Orlov A., Kazarian A., Kazaryan V. Calculation of shear stability of conjugation of the main pillars with the foundation in wooden frame buildings. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2019; 867-876. DOI: 10.1007/978-3-030-19868-8_85

24. Rimshin V.I., Ketsko E.S., Truntov P.S. *Large construction dictionary. Vol. 2*. Moscow, ASV Publishing House, 2022; 626. EDN FSAMPR. (rus.).

25. Kurbatov V.L., Rimshin V.I., Shubin I.L., Volkova S.V. *Information modeling and artificial intelligence in modern construction and housing and communal services*. Moscow, ASV Publishing House, 2023; 420. EDN MSLGGU. (rus.).

26. Bazhenov V.A., Dashchenko A.F., Orobey V.F., Suryaninov N.G. *Numerical methods in mechanics*. 2004. (rus.).

27. Filin A.P. *Applied mechanics of a solid deformable body: strength of materials with elements of continuous media theory and structural mechanics. Vol. 2*. Moscow, Nauka, 1978; 616. (rus.).

Received November 11, 2025.

Adopted in revised form on December 1, 2025.

Approved for publication on December 17, 2025.

B I O N O T E S : **Vladimir I. Rimshin** — Doctor of Technical Sciences, Professor, Professor of the Department of Housing and Public Utilities, Corresponding Member of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences; **Moscow State University of Civil Engineering (National Research University) (MGSU)**; 26 Yaroslavskoe shosse, Moscow, 129337, Russian Federation; SPIN-code: 9629-5322, ID RSCI: 420903, Scopus: 56258934600, ResearcherID: P-4928-2015, ORCID: 0000-0002-9084-4105; v.rimshin@niisf.ru;

Egor V. Popov — Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Engineering Structures, Architecture and Graphics; **Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov (NArFU)**; 17 Northern Dvina embankment, Arkhangelsk, 163002, Russian Federation; ID RSCI: 896523; egpv1989@mail.ru;

Ivan A. Duryagin — postgraduate student of the Department of Engineering Structures, Architecture and Graphics; **Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov (NArFU)**; 17 Northern Dvina embankment, Arkhangelsk, 163002, Russian Federation; ID RSCI: 1326766; duryagin1995@yandex.ru;

Anna E. Kern — student; **Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)**; 113 Leningradskaya st., Novosibirsk, 630008, Russian Federation; ORCID: 0009-0003-9736-3739; a.kern@sibstrin.ru;

Elizaveta S. Makarova — student; **Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)**; 113 Leningradskaya st., Novosibirsk, 630008, Russian Federation; ORCID: 0009-0009-6108-5304; e.makarova94@sibstrin.ru.

Contribution of the authors: all authors contributed equally to the preparation of the publication.

The authors declare that there is no conflict of interest.